1. . Regio Monte, Ioannis = De triangulis omni modis. Accesserunt, tractatu de quadratura circuli a Nicolai Cusani = Norimbergae = Petrai = 1533

2. Finaeus Orontius = De quadratura circuli, de Circuli mensura, de multangularum de inveniunda longitudinis locorum differentia ? et Planisphærium geographicum = Lut. Parisiorum - 1544

4. Averrois = Libellus de Substantia orbis, studio Ioan. B. Confalonierus.
Confalonierus Ioan. B. = Opuscula de Materia prima, de forma Cœli, de Voluntate i libero arbitrio, de providentia et de mundi efficientia = Veneti = 1525

~~1. Regio Monte Ioan. De quadratura circuli~~

5. Fernelii, Ambiani Ioan. De abditis rerum causis - Parisiis - Wechelus - 1548

a. 2

ORONTII FINAEI DELPHINATIS, REGII MATHEMATICARVM LVTETIAE PROFESSORIS,

Quadratura Circuli, tandem inuenta & clarissimè demonstrata.

De circuli mensura, & ratione circũferentiæ ad diametrum, Demonstrationes duæ.

De multangularũ omniũ & regulariũ figurarũ descriptione, Liber hactenus desideratus.

De inuenienda longitudinis locorum differẽtia, aliter quàm per Lunares eclipses, etiam dato quouis tempore, Liber admodùm singularis.

Planisphærium geographicum, quo tum longitudinis atq; latitudinis differẽtiæ, tum directæ locorum deprehenduntur elongationes.

LVTETIAE PARISIORVM,
Apud Simonem Colinæum.
1544.
Cum priuilegio Regis.

Virescit uulnere uirtus.

SVMMA PRIVILEGII, à Rege per Authorem impetrati.

Regia cautum est sanctione, ne quispiam hoc opus, & alia Orontij Finæi Mathematicarum professoris opera, in ipso priuilegij diplomate sigillatim enarrata, intra decénium à prima singulorum operum æditione supputandum, absque manifesto opificis consensu, imprimat: aut alibi impressa, sub Regis ditione venditet & distrahat. Idque sub graui multa, in eodē priuilegij diplomate luculēter expressa.

Concessum fuit priuilegium, & maiori sigillo Regio munitum, Lutetiæ Parisiorū, Anno Christi 1543, Mense Febru. Ipsum autem priuilegium subscribebat Guiotus.

(∵)

Christianissimo Gallorũ Regi, FRANCISCO, EIVS NOMINIS primo, Orontius Finæus Delphinas, S. D.

DIVINA PROVIDENTIA *factum esse puto,* FRANCISCE *Rex Christianissime, vt quæ præclara sunt & difficilia, quantò magis ab ipsis desiderantur & perquiruntur hominibus: tantò tardiùs à paucis plurimùm inueniantur, & in sua differantur tempora, illísque destinentur inuentoribus, quos solus* Deus *ad hæc nouit esse delectos. Cùm ob multa, tum vt igneus & planè cælestis ille diuini splendoris vigor, mentibus nostris insitus, magis atque magis elucescat: & ad perscrutanda latentium rerum arcana acriori nos vrgeat stimulo, in illorúmque assidua contemplatione & indagatione fixam oblectet intelligẽtiam. Quod si tam in diuinis & naturalibus, quàm mechanicis & ciuilibus rebus, locum habere compertum est: in ijs artibus, quæ solæ* Mathematicæ, *hoc est, disciplinæ nũcupari meruerũt, vsu maximè venire (opinor) negabit nemo. Quanquam enim ipsæ* Mathematicæ, *medium inter intellectilia sensiliáque locum obtinentes, cæteris artibus tum fide & ordine, tum certitudine ac integritate (præter summam quæ illis inest vtilitatem) longè præstare videntur: rariores nihilominus semper habuere professores, & insigniora theoremata, maiori cum difficultate, longioríque temporis successu adinuenta atque demonstrata. Quemadmodum in ea disciplina, quæ* Geometria *vocitatur, de* Circuli *licet intueri quadratura. Quæ tametsi ab omnibus philosophis sciẽtia cõtineri fuerit existimata, & tãto tempore à tam doctis perquisita viris: hactenus tamen videtur fuisse desiderata, facta interim non modica rerum* Mathematicarum *accessione: multa enim scitu dignissima, quæ prius erant absconsa, prodiere nota. Cùm igitur præfatam* Circuli *quadraturam, extra artem non esse intelligerem, & illius inuentionẽ ad me non sine diuino numine iure quodam deuolui: qui & patre philosopho ac Mathematico insigni* Francisco Finæo *sum natus, & ad has disciplinas natura factus (quas*

à mutis, quod aiũt, magistris acceptas, octo & viginti annos Lutetiæ publicè docendo, interpretando, scriptis & nouis inuctionibus exornãdo illustraui) pretium operæ facturum me putaui, si nodũ hunc dissoluerẽ, & Galliam tuam sub tuo fœlici nomine, hoc rarissimo munere donarem. Quod (ni me fallit ipsa veritas, & Mathematicarum inexpugnabilis certitudo) à diuina tandẽ impetraui clemẽtia. Ipsam nanque Circuli quadraturã, via hactenus à nemine tentata, & methodo inaudita, clarissimè demonstraui, atque non vni tantũmodò Circulo æquale quadratũ, sed tribus Circulis tria simul æqualia quadrata, vel è diuerso, figurare docui: totúmque inuentionis ac demõstrationis artificiũ, quinque problematibus, & vnica, eáque simplicissima, conclusi figuræ contextura. Ex ipso autem primo problemate, à Græcis olim tot modis inuestigata, sed nõdũ planè demõstrata Cubi duplicatio, euidẽtissimè colligetur. Huic porrò Circuli tetragonismo, duas adiunxi demonstrationes: alteram de ipsius Circuli dimensione, alteram verò de ratione circunferentiæ ad diametrum: quæ tot fœlicia ingenia, vt Circulo æquale darent quadratum, hactenus defatigarunt. Subsequitur deinde absolutum, & à nemine anteà tentatum opus, de multãgularum omnium & regularium figurarum descriptione: quo bona pars ipsius Geometriæ, quæ priùs latebat, & supramodum vtilis videbatur, in posterum fiet manifesta. Accessit tandem liber admodùm eximius, de inuenienda longitudinis locorũ differentia, aliter quàm per Lunares eclipses, etiam dato quouis tempore: vnà cũ Planisphærio geographico, recèns itidem excogitato. Quem librũ anno superiore, gallicè conscriptum, vnà cum Delphinatus, Prouinciæ, Sabaudiæ, & Pedemontanæ regionis Corographia, tuæ obtuli maiestati. Hæc igitur insignia totiésque desiderata Mathematum opera tria, sub tuo fœlici nomine & auspicio, in publicum tandẽ prodire sum passus: Quæ tibi Mathematicarum, ac reliquarum bonarũ artium raro Mecœnati, térque maximo Principi (nempe Regũ Christianissimo, potẽtissimo, ac ~~omni virtutũ~~ genere animíque dexteritate prædito) candidè deuoueo, & protegenda cõmitto. An verò palmã hanc præter multorũ spem, reportaturus sim: cuiuis æquo lectori, & in Mathematicis non infœliciter versato, censendum relinquo. Cuperem tamen de multis, hîc te vnicum habere iudicem: si per humanitatem tuam, & publicas occupationes, quibus hoc importuno tempore (in quo Mars suis comitatus Furijs, longè latéque fremit) valde distringeris, me ipsum interpretem audire graue nõ esset: qui & de rebus omnibus rectè iudicare, & illas æqui boníque consulere abundè nosti. Reliquum est, clementissime Rex, vt tui Orontij sic tandem meminisse pergas: vt eum in instaurandis, & (te auspice) docẽdis Mathematicis, annos meliores consumpsisse non pœniteat. Vale.

Lutetiæ Parisiorum, Mense Iulio, 1544.

AD CHRISTIANISSIMVM GALLORVM REGEM *Franciscum, De Orontio Finæo insigni Mathematico, Antonius Mizaldus, Monslucianus.*

MVsarum Francisce parens, Rex maxime, cuius
Auspicijs docti stántque, cadúntque viri.
Nàm tua maiestas magnis decorata trophæis,
Nouit ἀλήθειαν tempus habere patrem.
Nouit prudenter quòd tempus operta recludit:
Ædit & in lucem quæ latuere priùs.
Nouit ad hæc, homines non omneis omnia posse:
Et posita in ratis munera rara locis.
Euclidem hinc celebrat Megara, Aegyptus Ptolemæum:
Tollit Aristotelem hinc Stragira clara suum.
Hinc tua Finæum doctissima Gallia iactat:
Quem mare, quem Cælum, quem tibi terra canit.
Hic etenim reperit, quod scibile dixerat olim,
Sed nondum scitum magnus Aristoteles. *Aristoteles in Categ. cap. πρός τι, lib. 2 prio. anal. Ethic. 1 cap. 3 Physic. 1. cap. 2.*
Huic nunquam potuit quadrari circulus vnus.
O ter magnum hominem, tres simul ecce quadrat.
Rursum quadratis æquales tramite eodem
Demonstrat ternos (res celebranda) κύκλους.
Nec satis hoc, omnis generis πολυγώνια pingit
In circo: nùm summi hoc opus artificis?
Tantùm de eclipsi distantia nota locorum
Priscis: huic alio panditur ingenio.
Victa gemis, superata doles, nec cornua tollis,
Vt quondam, raris Græcia nota Sophis.
Das Gallis inuita manus, ac porrigis herbam:
Quid facias? sunt hæc fata ferenda tibi.
Ferte Mathematici violas, & balsama, nardos
Spargite: materies digna fauore venit.
Ecce seges vobis multo sudore parata,
Quam quondam vestri tam cupiere patres.
Gallia donec erit, donec victricia Mundus
Lilia odorabit, lilia suspiciet,
Rex Francisce, tibi tanto pro munere grates
Soluet: nam res est congrua, causa iubet.
Per te respirant, floréntque Mathemata, per te
Totius mundi Machina vasta patet.
Per te Finæus Pylijs dignissimus annis,
Perficit inuentis optima quæque suis.
Te duce Gallorum nomen super æthera tollit:
Te celebrat, cuius fama perennis erit.
Regia, crede mihi, res est succurrere doctis:
Quas illi dederis, semper habebis opes.

❧ Ad amplissimum Lotharingiæ Cardinalem, studiosa Mathematicarum iuuentus.

Nunc Mathemata qui colunt amántque,
Quorum lumina puluis eruditus
Moratur, ratióque metiendi,
Gratias & agunt habéntque miras
Pro tuis in Orontium, sacrámque
Mathesin meritis Pater, senatus
Splendor pontificalis, atque Gallo
Regi proximus, intimúsque Achates.
Ex te pendet Orontius secundum
Cæli numina, Gallicúmque Regem.
Ille quicquid habet, tibi fatetur
Se debere, tuo dari fauore
Hæc stipendia, quæ sibi meretur.
Ergo respicies virum, ferendam
(Vt soles) ad opem noui libelli,
Quos vulgat, deus! & laboriosi,
Et quales vetus expetebat ætas,
Suis ingenijs tamen negatos,
Sat suadent tibi Cardinalis ample,
Propugnator & huic patronus vt sis
Aduersus rabiem calumniantum.
Hoc debes quoque munus eruditis.

Λοδοβίκου Δωμίνεως Βιλλενοβαίου πρὸς τὸ λαμπροτάτου τοῦτε, καὶ σοφωτάτου ἀνδρὸς Ὀροντίου βασιλέως τῶν Μαθημάτων διδασκάλου.

Οὐ δεῖ θαυμάζειν εἰ θεὸς Ὀρόντιος αὐτὸς
Νικᾷ ἀστρολόγους, ἠδὲ μαθηματικούς.
Οὐρανόθεν μὲν γὰρ παρέπεμψεν Φοῖβος Ἀπόλλων
Αὐτὸν, κ' εὐπλόκαμος Καλλιόπη ἔτεκεν.
Πάντεσσι ζαθέαι ἔφιλον τοῖς ἤθεσι Μοῦσαι,
Καὶ ἔτρεφον σφετέροις ἤματα πάντα δόμοις.
Τῶν ἄστρων διδαχὰς ἀτρεκέας, καὶ παντὸς Ὀλύμπου
Μουσάων μήτηρ ὤπορεν οὐρανίη.
Τέρπου τῷ ἀνδρὶ εὐδαίμων ὦ Γάλλιε τόσσῳ,
Οἴσει γὰρ λαμπρὸν τοὔνομ' ἐπ' ἄστρα σέο.
Χαίρετε ὦ Κέλτοι πολὺ, ὑμᾶς γὰρ μακαρίζει,
Θεσπεσίους ῥέζει, ἡμιθέους τ' ἄνερας.

Ludouicus Fienensis Villanonauus, De Orontiana Circuli quadratura.

Quod nunquam potuere Sophi molimine toto,
Diuinúsque Plato, & magnus Aristoteles:
Hoc præstat mira diuinus Orontius arte,
Nam solus circlos arte quadrare potest.
Quare omnes veteres vincet, quicunque fuere:
Et meritò princeps ille Mathesis erit.

In laudem Orontij Finæi, Delphinatis, Mathematici Regij, Ludouici Fontanier Epigramma.

Te tua verba probant diuino munere plenum
Quadrator cycli, nec tua scripta negant.
Illud at imprimis, matura quod edidit ætas,
Numinis instar habens, quo tria summa facis.
Tripliciter trinum sola quod imagine condit,
Quo toties vnum sub tribus obijcitur.
Est etenim trinum spectes si fortè supremum
Numen, in ambobus res tribus vna subest.
Materiam spectas, trinus quadratur in vno
Circulus, haúdque potest vnus abesse tribus.
Additur eximiè huic arti dimensio cycli
Cum sectore suo, certior Archimedis.
Te facit & mirum intentata repertio, Cyclo
Appingis quicquid linea recta feret.
Omnibus his addis, nullus quod præstitit ante:
Haúdque vno præstas tramite, sed duplici.
Scilicet vt citra defectum luminis almæ
Phœbes demonstres, quid loca dissideant.
Rursus opus trinum videas, si lumine mentis
Artificem lustres, qui tribus vnus inest.
Ternio quartus adest, tutorem si inspicis illum
Franciscum regem, qui hæc tria solus habet.
Quadrator cycli, tu fœlix auspice tanto,
Verbis & scriptis, & Late dexterior.

Idem Ludouicus, ad inuidum.

Liuide, Finæi nomen cur rodis Oronti,
Cùm nil tale queas edere, quale parit?
Te satis expugnant, necnon tua tela retundunt,
Grammata, quæ Regis munere digna facit.
Rodere more tuo, genuino dente Mathesin
Finæi poteris, reddere tale nihil.

Franciscus Boussetus, Diuionensis, de Orontio Finæo Delphinate, omnium Mathematicorum huius ætatis facilè principe, Contra Zoilos.

FInæus superos mente petit Deos,
Totus fermè animo persimilis suo:
Axem ad sydereum qua sit iter bene
Nouit doctus Orontius.
O Finæe, quater, multò etiam amplius
Fælix: non tibi mors præpediet ferox,
Aut si quicquam aliud morte ferocius,
Rectas ad superos vias.
Nosti quà sit iter, quáque homines Polos
Accessere pij. quòd sator omnium
Demonstrare bonis omnibus, vt tibi,
Dignatur famulis suis.
Nosti inquàm, melius sed reliquis tamen
Cunctis Astronomis, atque profundiùs:
Fretus mirificis in rationibus,
Dignus munere laureæ.
Ecquid iam superest inuide, nunc nisi vt
Ceruici triplicem funiculum pares?
Cùm tam prospicuum nomen Orontij
Clarum sit super aëra?
Aut qui liuide fit te haud rapiat tremor,
Aut honor quatiat? spiritus & calor
Sese intrò rapiant, cordis ad intima,
Concuſcéntque animam tuam?
Non tutum est hominem quemlibet, ac minus
Conturbare Deos: quósve volunt ij
Charos esse sibi. disce periculis
Malorum, inuide, viuere.
Ne tu fulminibus fortè Gigantium
Instar dispereas, trusus ad inferos:
Et cogaris ibi grande aliquod manu
Saxum voluere Sisyphi.
Néve heu Caucasea rupe sub aspera
Vincto immane iecur vultur edat tibi:
Incusésque Iouem more Promethei,
Nec detur requies tibi.
Cùm sit cælitibus noster Orontius
Dilectúsque Ioui, propter amabilem
Splendorem ingenij: disce hominem bonis
Mecum extollere laudibus.

In inuidum, Michaëlis Lochiani Epigramma.

MÆonidem simul ac risit, spectante corona,
Zoilus, Vt liuor non nisi summa petit:
Nec mora præcipitem celsa de rupe dederunt,
Vt caperet factis præmia digna suis.
Supplicio grauiore quidem tu dignus haberis,
Communi studio qui malus inuideas.
Quod vocat in lucem tenebris Finæus ab imis,
Ingenij mira dexteritate iuuans.
Diuite quem Musa fęlix natura beauit,
Cui linguæ veneres delitiásque dedit.
Qui doctos inter tantum caput extulit omnes,
Sol quantum stellis clariùs ipse micat.
Quódque Latina suo debent vexilla Camillo,
Hoc se Finæo nostra Mathesis ait.
Atqui (sat scio) te virtus aliena remordet
Florida, quam nequeas liuidus ipse sequi.
Cógeris inuitus sannas, & ponere nasum,
Hoc opus & lætis plausibus excipere
Nil aliud latres, aliò te ferre necesse est.
Hic nihil est quod agant spicula, cede, tua.

INDEX PROBLEMATVM, & propositionũ, atq; corollariorum, succedentibus libris siue operibus Orontianis contentorum.

Libri de Circuli quadratura, Problemata.

Secundæ partis eiusdem libri, De area circuli, & ratione circunferentiæ ad diametrum, Propositiones.

AD DIONYSIAM CANDIDAM,
Lutetianam, Orontij Finæi vxorem, de eodem Orontio, Hub. Sussannæus.

O Cui Pieriæ genialem Candida, lectum
Strauerunt, vitæ signáne fausta notas?
Es docto connuncta viro, pulchráque beata
Prole: tibi formæ cedit honore Venus.
Optatis Fortuna tuis respondet. ad astra
Aurato curru te bona fama vehit.
Commoda multa quidem tamen est e pluribus vnum,
Quod verum iungit perpetuúmque decus,
Contigerit tibi quòd tali nupsisse marito:
Cui cedunt quot sunt, quótque fuere sophi.
Nemo Mathematicas exactiùs addocet arteis,
Expolit, inuentis amplificátque nouis.
In quadrum redigi monstrat fęliciter orbes,
Tentatum multis hactenus illud opus.
Tentarunt multi, nullus perfecit: ad istam
Fata reseruabant talia dona diem.
Monstrat ad hæc, loca quid distent, vt scribier vno
Circum multiplex angulus orbe queat.
Præmia virtutum tecum communicat æquè:
Hæredes nati laudis & huius erunt.
Olli certatim Musæ famulantur ouantes:
Quatum se studijs præbet Apollo ducem.
Ergò præstanti Diuorum munere gaude,
Fęlix tam raro Candida, nupta viro.

Orontij Finei Delphinatis, Regii Mathematicarum Lutetiæ professoris: De circuli quadratura, tandem adinuenta & demonstrata, Liber vnus.

1 QVOTIES ARISTOTELES SVB scientiam atque cognitionem aliquid posse cadere, necdum tamen scitum ac cognitum esse pronunciat: circuli quadraturam in peculiare citat exemplum. Quanuis enim prisci aliquot Philosophici, ac Mathematici, vt circulo æquale quadratum inuenirent, plurimùm insudarunt: nemo tamen ipsius Aristotelis tempore, hâc quæstionem planè dissoluerat. Nam idem Aristoteles, præfatam circuli quadraturam scibilem esse, at nondum scitam siue demonstratam, pluribus in locis affirmare videtur: vnde quamplurimos ad hanc rursum inquirendam excitauit.

Aristoteles in Categor. cap. πρός τι. Lib 2. priorū cap. 25. Ethi. 1. cap. 8. Physi. 1. ca. 2.

Circuli quadratura scibilis.

2 ¶ Inter priscos autem philosophos, qui eandem circuli quadraturam subtilioribus indagarunt inuentionibus (vt cæteros omittam) fuit Hippocrates Chius. Is enim per meniscos, siue lunulas, super quadrati ac hexagoni circulo inscripti lateribus delineatas, circulum ipsum quadrare moliebatur: verùm quanquam illius excogitatio fuerit artificiosa, sua nihilominus intentione, ob falsam promiscuámve lunularum assumptionem, frustratus est. Fuit & alius Hippocrates, qui eandem circuli quadraturam, per circuli sectiones elicere conabatur: & rectam demum inuenire lineam, quæ circunferētiæ partem haberet æqualem. Antiphon autē, putabat per isoscelia triangula, super quadrati circulo inscripti lateribus, dein hexagoni, postea sedecagoni, & sic consequenter descripta, aream demum consequi posse circularē, ex qua prodiret quadratum ipsi circulo æquale: præsupponens magnitudinem, ad

Hippocrates Chius.

Alius Hippocrates.

Antiphon.

Brisso philosophus.

ultimam posse deuenire partitionem, contra propriam ipsius magnitudinis naturam. Nec defuit Brisso quidā philosophus, qui descripto tam circa quàm intra circulū quadrato: medium inter hæc duo quadrata, circulo existimauit æquale. ❡ Qui verò ipso Aristotele posteriores extitere: ab Archimede Syracusano acutissimo Mathematico, hac in parte superati sunt. Nam is demonstrauit in primis, aream circuli triangulo rectangulo ad amussim æquari: cuius vnum latus eorum quæ ad rectum sunt angulum semidiametro, reliquum verò circunferentiæ eiusdem coæquaretur circuli. Quæ demonstratio, innumeros excitauit ad disquirendam lineam rectam, quæ circunferentiæ ipsius circuli foret æqualis: per diametri videlicet ipsius circuli, ad circunferentiam continngentem habitudinem, siue rationem. Quamquidem rationem, idem Archimedes paulò minorem esse tripla sesquiseptima, numerorū demonstrauit inductionibus. Cuius inuentum, etsi præcisionem minimè attigerit: veritati nihilominus adeò propinquum esse videtur, vt magnam rebus humanis contulerit vtilitatem, & mortales ipsos perpetuò deuinctos sibi reddiderit. ❡ Ex neotericis porrò vnicum habemus Nicolaum Cusanum Cardinalem, virum suo tempore rarum, & in Mathematicis non infeliciter versatum. Qui diuersis & artificiosis adinuentionibus, conatus est periphæriæ circuli dare rectam æqualem: ac ipsum respondenter quadrare circulum. Quod etsi non planè fuerit assequutus: in multis tamen veritatem ipsam adeò propinquè videtur attigisse (ne illum debita laude fraudemus) vt quamplurima antea subobscura, longè clariora reddiderit: & quem multo facilius erat cauillari, quàm imitari. ❡ Si qui demum præter hos, inter recentiores comperiantur Mathematicos, qui eandem circuli quadraturam sint adgressi: aut ab Archimede demonstratam circunferentiæ ad diametrum rationem supposuisse videtur, aut nudis & infirmis, & proinde suspectis, id tentarunt adinuentionibus. Quos silétio ideò fore prætereundos, meritò existimauimus.

3 Archimedes Syracusanus.

4 Nicolaus Cusanus Cardinalis.

5

6 Honestum Authoris argumentum.

❡ EGO IGITVR (VT REDEAM VNDE SVM DIgressus) tum verbis Aristotelicis, tum supradictorū philosophorū prouocatus exēplo, & qui sub tāto Rege, ac in tā celebri Academia, tantóq; tēpore publicus Mathematicarū interpres deputatus sum: iniquā rem, ac meo officio indignam me facturum existimaui, si id

quæstionis genus intactũ prætermitterẽ,& ni pro mea virili parte, ac dexteritate animi,aliquam (quæ cæteros hac in parte leuaret) excogitarem adinuẽtionẽ,qua circulus quadrari vel facilè possit. ¶ Post varias itaq;,ac subtiles,aut (si mauis) laboriosas,& partim suppressas,partim verò æditas inuestigationes:cùm ex duarum linearum rectarum inuentione, quæ inter duas lineas rectas propositas sub eadem ratione continuè proportionantur, atque ex ipsa rationum compositione,multa & sanèquam difficilia comprehendi,suboririve & demonstrari,sæpius animaduerterem: Tentaui demum,earũdem quatuor rectarum linearum continuè proportionalium adminiculo, ac ipsa rationum compositione mediante, hanc quæ sequitur de circuli quadratura contexere, ac randem elucidare demõstrationem. Quæ an pro mea successerit animi sententia:cuiuis æquo,ac in Mathematicis vtcunque versato lectori, relinquimus diiudicandum. Ipsis autem inuidis, ac nostri nominis iniquis obtrectatoribus, meliorem mentem (vt Christianum decet philosophum) exoptamus. *Origo radicalis huiusce tetragonismi circularis.*

Problema primum.

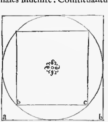
Datis duorum quadratorũ lateribus, quorum alterum circa, alterum verò intra oblatum describitur circulum: binas medias lineas rectas, sub eadem ratione continuè proportionales inuenire.

1 ¶ Ad construendam confirmandámq; circuli quadraturam,à nobis tandem (vtinam fęliciter)excogitatam:necessum est in primis, oblatis duorum quadratorum lateribus,quorum alterum dato sit inscriptum circulo, alterum verò circunscriptum, binas medias lineas rectas,in eadẽ ratione continuè proportionales reddere notas. Qua ratione autem mathematica,id problema dissoluatur: ex nemine valuimus integrè deprehendere. Quanuis enim plærique philosophi ac Mathematici (Græci potissimùm) vt illud explicarent problema,quod cubi duplicatio dicitur,diuersis & subtilibus admodùm inuestigationibus (quas omnes Georgius Valla Placentinus, capite secundo libri quarti suæ Geometriæ citat, & *Ad huiusce tetragonismi circularis cõstructionem necessaria.* *Georgius Valla.*

summatim interpretatur)ostendere conati sint,qualiter inter duas quasuis inæquales lineas rectas,duæ mediæ lineæ rectæ sub eadem ratione continuè proportionales obtineantur: Nullam tamen illorum offendimus inuentionem,quæ alicuius instrumenti mechanici non vtatur adminiculo,& proinde quæ aperta suspitione,vel inexcogitabili difficultate carere videatur. Ne igitur infirmis adniteremur fundamẽtis,& mathematicã simul atq; suscepti negotij violaremus integritatem: nouum ac fidissimum modum inuestigãdi eiuscemodi lineas proportionales tibi demũ excogitauimus.

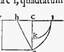
cõstructio suscepti problematis.

¶ Sit igitur latus quadrati circa datũ circulum descripti a b, eius 2
verò quadrati latus quod in eodem circulo descriptũ est b c:inter quæ duo latera, operæpretium sit binas medias lineas rectas sub eadem ratione continuè proportionales inuenire. Constituantur in primis ipsa a b/& b c/latera, ad rectum angulum qui sub a b c: & centro b, interuallo autem b a, circulus describatur a d e f, per tertiũ postulatum geometricum. Vtraq; postmodũ a b/& b c, in cõtinuũ directũmq; producatur: donec ad puncta d, e, f, in circunferentiam ipsius applicẽtur circuli. Erunt igitur a e/& d f, eiusdẽ circuli dimetientes: in eius centro b, ad rectos



sese inuicem dirimentes angulos. Diuidatur consequenter reliqua pars semidiametri b f, hoc est, recta c f, proportionaliter: tali quidẽ ratione, vt tota f c/ad maius illius segmentum, à puncto c/versus f/ comprehensum, eandem habeat rationem, quam idem segmentum ad reliquum, hoc est, secundum rationem habentem medium & duo continuatæ proportionis extrema: per trigesimã sexti elemẽtorum. Hoc autem iuxta ipsius trigesimæ propositionis traditionem, fiet in hunc modum. Describatur ex ipsa c f, quadratum c f g, per penultimam primi ipsorum elementorum: diuidatúrque latus c g/ bifariam in puncto h, per decimam ipsius primi. Producatur deinde recta h c, versus i: & connectatur recta h f. Ipsi tandem h f, æqualis secetur h c i: ac

Modus diuidẽdi lineã datam, secũdum rationẽ habentem mediũ & duo continuè proportionis extrema.



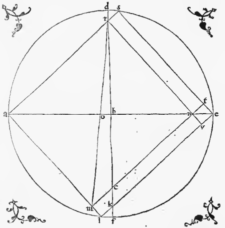
ipsi c i, æqualis c k, per tertiam eiusdem primi elementorum. Nam c k, erit media proportionalis: ad quam tota f c/ eam habet rationem, quam eadem c k/ ad reliquam partem k f, per ipsius trigesimę sexti demonstrationem. Erit ergo b k, secũda linea proportionalis. Connectatur itaq; recta e k: quæ producta in directũ & cõtinuum, attingat circuli quadrantem a l f, in puncto l. Deinde, connexa a l/ recta: ipsi e l, per punctum c, parallela ducatur m n, per trigesimã primam primi elementorum, quæ secet eandem a l/ in puncto m, semidiametrũ verò b e/ in puncto n. erit enim b n, tertia proportionalis. Secetur postmodũ à semidiametro b d, ipsi b/k/ æqualis, per tertiam ipsius primi: sitq; illa b r. Et cõnectatur recta m r, quæ secet dimetientem a e/ in pũcto o: atq; a r/ recta, quę in directũ cõtinuata attingat circunferẽtiam ipsius circuli in pũcto s. Tandẽ cõnectantur e s/ & n r/ lineæ rectæ: & reliqua, vt in ipsa continetur figura.

3 ¶ His in hunc modũ constructis: rectus erit in primis vterq;, & qui ad l, & qui ad s/ continetur angulus, per trigesimãprimã tertij elementorũ, vterq; enim cõsistit in semicirculo. Rectus similiter erit angulus a m n: æqualis siquidẽ est interiori & opposito ad easdem partes qui ad l, per vigesimamnonam primi ipsorũ elementorum. Insuper, quoniam a b/ ipsi b e/ est æqualis, atq; b r/ ipsi b k, & qui circa b/ cõsistunt anguli inuicẽ æquales, nempe recti: Bina ergo triangula a b r/ & e b k, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & angulos sub æquis lateribus contentos inuicem æquales. Basis itaque a r, basi e k: & reliquus angulus b a r/ reliquo b e k, atque reliquus a r b/ reliquo b k e, per quartam primi elementorum est æqualis. Recta igitur linea a e, incidens in a s/ & l e/ lineas rectas, efficit alternos angulos inuicem æquales: similiter & ipsa r k. Parallela est itaq; a s/ ipsi l e, per vigesimamseptimã ipsius primi elementorum: & ipsi cõsequenter m n/ iridem parallela, per trigesimam eiusdem primi. In parallelas autem a s/ & l e, recta incidens a l: efficit interiores & ad easdẽ partes angulos a l e/ & l a t/ duobus rectis æquales, per vigesimamnonam ipsius primi elementorum. Atqui rectus est angulus a l e: rectus est igitur & angulus l a r. Haud dissimiliter ostendetur, angulus l e s/ esse rectus. Et proinde a l, ipsi e s/ parallela est, per vigesimamoctauã eiusdem primi elementorum. Rectangulum est igitur, atq; parallelogrammum, ipsum a l e s/ quadrilaterum. Cæterum, quoniam a r, ipsi m n/ est

Quæ ex ipsa constructione subsequantur ostensiones.

parallela,& in illas incidunt a n/& m r:angulus igitur a r m/alterno r m n/ est æqualis, necnon & angulus a n m/ alterno n a r, per ipsam vigesimamnonam primi elementorum. Anguli præterea, qui circa o/ verticem,sub a o r/& m o n/cōtinentur:sunt,per decimamquintam eiusdem primi,inuicem æquales. Aequiangula sunt itaq; a o r/& m o n/triangula:& quæ circum igitur æquales angulos sunt latera inuicē proportionalia,& similis rationis quę æqualibus angulis latera subtenduntur,per quartam sexti eorundē elementorum. Sicut igitur a o/ad o r,sic n o/ ad o m. Similis ergo rationis sunt a o/ & o n, atque ipsa r o/ & o m/latera. Præterea,cùm sit vt a o/ad o r,sic n o/ad o m,& qui sub a o m/& n o r/continentur anguli,sunt per decimamquintam primi elementorū inuicem æquales. Triangula igitur a o m/& n o r, habent vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera reciprocè proportionalia. Aequum est itaq; triangulum a o m,ipsi triangulo n o r,per decimamquintā sexti elemētorum. Et quoniam bases a m/& n/r,in æqualibus triangulis æquales subtēdunt angulos:similis igitur coguntur esse rationis. Atqui a o/& o n,necnon r o/& o m, similis quoque sunt rationis:est enim vt a o/ad o r,sic n o/ad o m.proportionalia itaq; sunt,eorūdē triangulorū a o m/& n o r/ latera. Et proinde ipsa triāgula,sunt inuicem æquiangula:& æquales habent angulos sub quibus eiusdem rationis latera subtendūtur, per quintam sexti elementorum. Nam sicut in triangulis æquiangulis,similis rationis sunt quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartam ipsius sexti: sic in triangulis quorum latera sunt proportionalia,similis rationis latera æquales versa vice subtendūt angulos. Angulus itaq; a m o,ipsi o r n:atq; reliquus m a o,reliquo o n r/est æqualis. In rectas ergo lineas a m/& n r,rectæ incidēres lineæ a n/& m r:efficiunt alternos angulos inuicem æquales. Parallela est igitur n r,ipsi a m:atque ipsi e s/itidem parallela,per vigesimamseptimam & trigesimam primi elementorum. Parallelogrammum est itaque ipsum a m n r/quadrilaterum. aio quòd & rectangulum. Anguli enim qui ad puncta a/& m/continentur,recti sunt:& qui ex opposito igitur cōsistunt anguli a r n/ & m n r/sunt recti,per trigesimamquartā ipsius primi elementorū. Vtrunque igitur a l e s/& a m n r, ac ipsum consequenter e t n v/ quadrilaterum : parallelogrammum est, atque rectangulum. Et

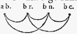
proinde triangula a r n/ & r n c, rectangula sunt: & qui ad n/ & r/ pũcta cõsistũt anguli, recti. Quod in primis oportuit demõstrasse.



4 ¶ His præostensis, aio b r/ & b n/ lineas rectas, esse medio loco sub eadẽ ratione continuè proportionales, inter ipsa a b/ & b c/ supradictorum quadratorum latera: sicut quidem a b/ ad b r, sic eadem b r/ ad b n, & ipsa b n/ ad b c. Cùm enim triangulum a r n, sit (vti nuper ostensum est) rectangulum, & ab angulo recto qui ad r, in basin a n/ demissa perpendicularis b r: est igitur ipsa b r, media proportionalis inter ipsius basis segmenta a b/ & b n, per corollarium octauæ sexti elementorum. Sicut igitur a b, ad b r: sic eadem b r, ad ipsam b n. Rursum quoniam triangulum r n c/ est itidem rectangulum, & ab angulo recto qui ad n, in basin r c/ demissa perpendicularis b n: est igitur eadẽ b n, media proportionalis inter ipsius basis segmẽta r b/ & b c, per idẽ corollariũ octauę sexti elemẽtorũ.

Resolutio problematis, ex præmissis collecta demonstrationibus.

Sicut ergo b r, ad b n: sic eadem b n, ad b c. Atqui præostẽsum est, vt a b/ad b r, sic eadem b r/ad b n. Et sicut igitur, per vndecimam quinti elementorum, a b/ad b r: sic ipsa b n/ad b c. Datis ergo binis quadratorum lateribus a b/b c, quorum alterum in dato circulo, alterum verò circa descriptũ est: duas medias lineas rectas, sub



eadem ratione cõtinuè proportionales inuenimus, scilicet b r/atq; b n. Quod faciendum in primis susceperamus.

Corollarium.

Mechanica & expedita earundem linearum adinuentio.

SI has porrò binas lineas rectas, inter ipsa prædictorum quadratorum latera continuè proportionales, mechanico promptissimóque reperire volueris artificio: sic pendenter facito. Fabricetur in primis ex dura quapiam & electa materia, gnomon quidam ipsi r e m/ similis. Constitutis deinde prædictorum quadratorum lateribus suprascripto modo datis (cuiusmodi sunt a b/ & b c) ad rectum angulum, atque ad eas partes in quibus ad rectum conueniunt angulum in directum vtrinq; productis (veluti sunt b d/ & b e) linea diagonalis e n/ ipsius rectanguli parallelogrãmi e r n v, in directum ipsius b c, hoc est, longioris productæ adamussim collocetur, cogaturque interius gnomonis latus venire in punctum c/ipsius lateris minoris limitem, immora semper e n/diagonio ab eiusdem b e/rectitudine. Nam reliquum & interius ipsius gnomonis latus, secundam lineam proportionalem tibi secabit ex minore producta: interior autem eiusdem gnomonis angulus qui ad n, ipsam tertiam earundem quatuor linearum continuè proportionalium simul limitabit. Quemadmodum ex præmissa potes elicere descriptione.

De cęteris lineis rectis.

QVanuis autem præmissa linearũ proportionalium adinuentio, ipsis propositorũ quadratorum lateribus (quorum alterum circa, alterum verò intra circulũ describitur) peculiariter inseruire videatur: poterit nihilominus datis quibuscũq; lineis rectis inæqualibus, inter quas duas medias lineas rectas sub eadem

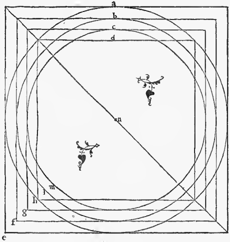
ratione cõtinuè proportionales inuenire fuerit operæpretium, indifferenter adcommodati, immutato paululũ ſolo conſtructionis exordio. Non enim ſemper diuidetur exceſſus maioris lineæ ſupra minorem proportionaliter, veluti c f/ in ipſa antecedentis figuræ deſcriptione: ſed tandiu ſolummodò, quandiu maior datarum linearum dimidium maioris ſuperauerit. Vbi nanque maior linea dimidium fuerit eiuſdem maioris, vel ipſo dimidio minor: ſecunda linea proportionalis (qualis fuit b k/ aut b r/ in eadem præcedenti figura) alia ratione diſquirenda eſt, atq; toties varianda inueſtigationis formula, quoties eadẽ minor linea variam partem quotam fecerit ipſius maioris à numero pariter pari denominatam, aut inter earundem partium quotarum diſtinctiones limitata ceciderit. Quo facto, complenda erit figura: vti ſupra deſcriptum eſt. Nam cætera, vnà cum ipſa demonſtratione, ex omni parte manent eadẽ. Hæc autem conſtructionum primordia, hic ſigillatim enarrare, ſuperuacaneum ac inutile duximus: quoniam latus quadrati in circulo deſcripti, dimidio lateris eius quadrati quod eidẽ circulo circunſcribitur ſemper eſt maius. A quorum laterum, & duarum intermediarum linearũ continuè proportionalium harmonia, ſuſceptum videtur pendere negotium. Eas itaq; variandi formulas, in eo libello proſequendas reſeruamus: quẽ de multiplicatione atq; tranſmutatione figurarũ (Deo fauente) propediem cõſcribemus.

Problema ſecundum.

Dato circulo, bina deſcribere quadrata, alterum quidem ipſi dato circulo æquale, alterum verò eidem circulo iſoperimetrum.

1 ¶ Dum vni tantũmodò circulo æquale quadratum, aut vni quadrato circulum æqualem, per hanc noſtram deſcribere volueris inuentionem: tria ſimul offendes quadrata tribus circulis æqualia, tréſve circulos tribus quadratis reſpondenter æquales (quaſi trinitas in vnitate, vel vnitas in ipſa trinitate, ſub hoc noſtro includatur inuento) ac ipſi dato circulo, vnum ipſorum quadratorum ſimul iſoperimetrum. De mirãda huius inuẽti amplitudine.

Constructio problematis. ¶ Sit igitur datus circulus a h, cui oporteat vnũ æquale designare quadratum, alterum verò isoperimetrum. Circa eundem itaque circulum a h, quadratum describatur a e, per septimam quarti elemẽtorum: intra verò eundem circulum a h, aliud describatur quadratum d h, per sextam eiusdem quarti. Inter ipsa postmodum horum duorũ quadratorũ latera, vtpote a/& d: binæ rectæ lineæ sub eadem ratione continuè proportionales inueniantur, per ipsius antecedẽtis problematis traditionem, quæ sint b/& c, vt quéadmodũ latus a/ad lineam b, sic eadẽ b/ad c, atq; c/ad latus d. Ex ipsis cõsequenter lineis rectis b/& c, quadrata describantur b f/ & c g, per quadragesimamsextam primi eorundẽ elemẽtorum: sintque ipsotum b f/& c g/quadratorum latera, tum inuicem, tum prædictorũ quadratorum a e/& d h/lateribus æquè distantia siue parallela. In ipsis demum quadratis b f/& c g, singuli describãtur circuli, b l/ & c m, per octauam quarti prædictorũ elemenrorum: qui quidem



circuli, ob ipſam laterum hypotheſin, idem centrũ habebunt cum circulo a h, ſcilicet n: & vnà cum ipſis quadratis, circa eundem diametrum conſtituentur.

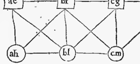
2 ℂ His in hunc modũ cõſtructis, aio quadratum b f/ æquari in primis ipſi dato circulo a h: necnõ & quadratum c g/ circulo b l, atq; d h/ quadratũ circulo c m/ reſpondenter coæquari: ipſum præterea quadratum c g, eidem circulo a h/ eſſe iſoperimetrum. Quemadmodum ſuccedentibus problematibus manifeſtum efficiemus. *Quæ ex ipſa constructione ſubſequuntur.*

Problema tertium.

Prædictorum quadratorum atq; circulorum inuicem accidentes proportiones, in vniuerſum colligere: Triáq; interiora & minora quadrata, tribus ipſis circulis qui in tribus primis & maioribus quadratis deſcribuntur, ordinatim eſſe proportionalia demonſtrare.

1 ℂ Separentur ordine, in faciliorem ſingulorum intelligentiam, quatuor ipſa quadrata a e/ b f/ c g/ d h: & ſub vnoquoque trium antecedentium quadratorum deſcriptus in eo circulus, vtpote ſub quadrato a e/ circulus a h, & ſub quadrato b f/ circulus b l, atque ſub quadrato c g/ circulus c m. Vt in ſequẽti licet intueri formula.

In primis igitur, cùm ſit per ipſam conſtructionem, vt a/ recta ad b/ rectam, ſic b/ ad c, atq; c/ ad d: & ab ipſis quatuor *lineis rectis* continuè proportionalibus deſcripta quadrata a e/ b f/ c g/ d h, cõtinuè itidem erunt proportionalia, ſicut quidem quadratum a e/ ad quadratum b f, ſic idem b f/ ad c g, ac idem c g/ ad quadratũ d h. *Demonſtratio primæ partis ipſius problematis.*



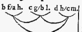
Si enim quatuor rectæ lineæ, proportionales fuerint: erũt & ab eis rectilinea ſimilia & ſimiliter deſcripta

(cuiusmodi sunt ipsa quadrata) adinuicem proportionalia, per vigesimamsecundam sexti elementorum. Tres præterea circuli a h/ b l, c m, qui in ipsis prioribus describuntur quadratis: erunt itidem continuè proportionales. Nam eorundem circulorum dimetientes, sunt per constructionem ipsorum quadratorum latera: Et circuli sese inuicem habēt, sicut quæ ex illorum dimetientibus fiunt quadrata, per secundam duodecimi eorundem elemētorum. Sicut igitur quadratum a e/ad quadrarum b f, sic a h/circulus ad circulum b l: sicut præterea quadratum b f/ad quadratum c g, sic b l/circulus ad circulū c m. Et proinde erit vt a h/ circulus, ad circulum b l: sic idem circulus b l, ad circulū c m, per vndecimā quinti ipsorum elemētorum. Item, cùm sit vt quadratum a e/ad quadratum b f, sic a h/circulus ad circulum b l: erit quoq; permutatim, per decimamsextam eiusdem quinti elementorum, vt quadratum a e/ad circulum a h, sic quadtatū b f, ad ipsum b l/circulum. Rursus, cùm sit vt quadratum b f/ad quadratū c g, sic b l/circulus ad circulum c m: erit etiam permutatim, per eandem decimamsextā quinti elementorum, vt quadratum b f/ad circulum b l, (& proinde vt quadratū a e/ad circulum a h) sic quadratum c g/ad eundē circulum c m. Haud aliter ostēdetur, quadratū a e/ad circulū b l/se habere, vt quadratū b f/ad circulum c m: atq; vt quadratum c g/ad circulum a h, sic quadratū d h/ad circulū b l. Quod ostēdere oportebat.

Secundæ partis eiusdē problematis ostēsio.

¶Secunda verò pars huiusce problematis, in hunc modum fit manifesta. Cùm sit per ea quæ nunc ostensa sunt, vt quadratū a e/ad quadratum b f, sic idem quadratum b f/ ad quadratum c g: sicut præterea idem quadratum a e/ ad quadratum b f, sic a h/ circulus ad circulum b l. Est igitur per vndecimam ipsius quinti elementorum, vt quadratum b f/ad quadratū c g: sic a h/ circulus, ad circulum b l. Et permutatim quoq;, per decimamsextam quinti elementorum, vt quadratum b f/ ad circulum a h: sic quadratū c g, ad eundem b l/ circulum. Insuper, cùm sit vt quadratum b f/ ad quadratum c g, sic idem quadratum c g/ ad quadratum d h: sicut rursum idem quadratum b f/ad quadratum c g, sic b l/ circulus ad circulum c m. Erit itaque per vndecimam ipsius quinti elementorum, vt quadratum c g/ad quadratum d h: sic b l/ circulus, ad circulum c m. Et permutatim quoque, per ipsam decimamsextam quinti elemētorū, vt quadratum c g, ad circulū b l: sic quadratum 2

d h,ad eundem circulum c m. Præostensum est autem, vt quadrarum c g/ ad circulum b l, sic quadratum b f/ ad circulum a h. Et sicut igitur, per eandem vndecimam quinti elemētorum, quadra-



tum b f/ad circulū a h: sic quadratum d h, ad eundem circulum c m. Proportionalia itaque sunt adinuicem, vt quadratum b f/ ad circulum a h: sic quadratum c g/ad circulum b l, atq; d h/qua-
3 dratum, ad eundem circulum c m. ¶ Item, cùm sit vt quadratum b f/ad circulum a h: sic quadratum d h, ad circulū c m. erit etiam permutatim per ipsam decimamsextam quinti elementorum, vt quadratum b f/ad quadratum d h: sic a h/circulus, ad circulū c m. Vt autem quadratum b f, ad quadratum d h: sic quadratum a e, ad quadratum c g, per eandē decimamsextam quinti. Vt igitur quadratum a e/ad quadratum c g: sic a h circulus, ad eundem circulum c m. Quæ simul oportuit demonstrasse. *Quæ rursum inuicem proportionalia.*

Problema quartum.

DE rationum compositione, pauca subnotare: Qualiter præterea inter datos quosuis inæquales numeros, duo medij numeri sub eadem ratione continuè proportionales inueniantur, exprimere.

1 ¶ Quam vim habeant ipsæ rationum compositiones: ex magna Ptolemæi constructione (quam vocanr Almagestum) colligere haud difficile est. Vniuersam nanque cælestium motuum contemplationem, ex ipsis rationum videtur elicere compositionibus. Per ea autem, quæ super decima quinti, & quarta sexti elementorum diffinitione cōscripsimus: fit apertè manifestum, omnium duarum quarumuis magnitudinum rationem, constare ex rationibus, per quotlibet eiusdem generis interpositas magnitudines occurrentibus. Seu (mauis) extremorum rationem, ex intermediorum constare rationibus. Omnis porrò ratio (vt eadem quinta diffinitione sexti elementorum demonstrauimus) ex duabus aut pluribus rationibus constare dicitur: quādo rationum denominatrices *Ratio qualiter ex duobus aut pluribus componatur rationibus.*

quãtitates,inuicẽ multiplicatæ,aut diuisæ,aliquã efficiunt rationis quantitatem, à qua uidelicet inde procreata ratio denominatur. Multiplicantur autem datarum rationum quantitates adinuicem: quando ambæ rationes datæ,aut simul maioris,aut simul minoris inæqualitatis existunt. Altera verò per reliquã diuiditur:cùm vna maioris,& altera minoris est inæqualitatis. tunc enim maior rationis quantitas,per minorem diuiditur rationis quantitatem:siue ea maioris,aut minoris inæqualitatis extiterit. Idq; velim intelligas, tam de surdis & ignotis quantitatum rationibus,quàm de ijs quæ per numeros exprimuntur:semper enim extremorum ratio,ex intermedijs conficietur rationibus. Quemadmodum præfata diffinitione quinta sexti elementorum, & secũdo capite libri quarti nostræ Arithmeticæ practicæ amplissimis declarauimus exemplis.

Corollaria notanda, de rationum identitate, & earundem productione diuersa.

¶Ex eisdem itaque rationibus,eædem rationes de necessitate procreantur:similiter & rationes quæ cum eisdem rationibus easdem producunt rationes,sunt eædem adinuicem. Sola insuper æqualitatis ratio,ex duabus similibus rationibus conficitur:quarum vna maioris, altera verò minoris est inæqualitatis. Ex geminis autem maioris inæqualitatis rationibus,ratio itidem maioris inæqualitatis generatur: quemadmodũ ex duabus rationibus minoris inæqualitatis,minoris quoque inæqualitatis ratio conficitur. Ex vna porrò maioris & altera minoris inæqualitatis ratione (cùm dissimiles fuerint) ea inæqualitatis ratio generatur, quæ à maiori fuerit denominata quantitate. Quemadmodũ ex præallegatis compositionum exemplis,colligere haud difficilè potes. Ex duabus autem æqualitatis rationibus,sola ratio cõstat æqualitatis. Nam æqualitatis ratio,ab vnitate denominatur: at vnitas per vnitatem multiplicata,vel diuisa,semper generat vnitatẽ. Sola igitur ratio æqualitatis in seipsam ducta,rationem producit æqualitatis. Ex vna demum æqualitatis, & altera maioris aut minoris inæqualitatis ratione:consurgit eadẽ maioris vel minoris inæqualitatis ratio. quoniam ratio æqualitatis,cùm ab vnitate denominetur: nullam prædictarum rationum immutat. Omnis ergo ratio (vt his finem imponamus) per seipsam diuisa,rationem producit æqualitatis.

Qualiter duobus numeris datis, duo

QVONAM AVTEM INGENIO (VT AD SECVNdam problematis partem deueniamus) duobus oblatis numeris inæqualibus, duo medij numeri sub eadem ratione continuè 2

proportionales inueniantur: non adeò facili deprehendere licet artificio. Ex irrationalium itaq; magnitudinum praxi, quæ Algebra dicitur, & de re & censu, aut linea & superficie, seu de censu radice & numero tractat, & paucis admodùm nota est: hanc generalem, & veluti corollariam, tibi cõscripsimus regulam. Propositis duobus inæqualibus numeris, inter quos sit operæpretium inuenire duos numeros sub eadem ratione continuè proportionales, multiplica ipsos numeros datos adinuicem, seu mauis, duc vnum extremorum in reliquum, & productum inde numerum duc rursum in primum (si volueris habere secundum) vel in ipsum quartum (si tertium optaueris numerum) nam inde consurgentis numeri cubica radix, eundem secundum, vel tertium exprimet numerum. *medij numeri continuè proportionales eliciantur.* *Regula.*

¶ Proponantur in exemplum, hi duo extremi numeri 81, 3: inter quos, binos numeros sub eadem ratione continuè proportionales inuenire sit operæpretium. Duc igitur 81, in 3: fient 243. hæc rursum duc in 81: consurgent 19683. Quorum radix cubica, est 27. tantus est igitur secundus proportionalis numerus. Quòd si duxeris eundem numerum 243, in 3: procreabuntur 729. Horum cubica radix est 9: quæ tertium proportionalem efficiunt numerum. Ipsi potrò numeri 81, 27, 9, 3: sub ttipla ratione continuè proportionantur. Poteris autem obtento secundo numero, illum in tertium multiplicare, & producti numeri quadratam extrahere radicem: nam ea erit tertius numerus. Si enim tres numeri fuerint proportionales: qui sub extremis, æqualis est ei qui à medio fit numero, per vigesimam septimi elementorum. Si enim multiplicaueris 27 per 3, fient 81: quorum radix quadrata, est 9. Idem respondenter, de cæteris quibuscunque numeris inæqualibus datis, velim intelligas. *supradictorũ exemplum.* *Notandum.*

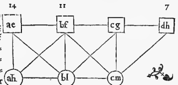
Problema quintum.

QVòd quadratũ ex secunda linea proportionali descriptum, æquum sit dato circulo: quod autem fit à tertia, eidem circulo isoperimetrum esse, tandem reddere manifestum.

¶Vt huiuſce problematis vtranque partem, clariùs oſtendere valeamus: numerorum vtemur officio, ad ipſius Archimedis, aliorúmque Mathematicorum imitationem. Quoniam numerus, nihil aliud eſſe videtur: quàm partium, aut menſurarũm commenſurabilium magnitudinum, determinata multitudo. Et commenſurabiles magnitudines, adinuicem rationem habent, quam numerus ad numerum, per quintam decimi elementorum. Nulla ſiquidem fidelior eſt via, perueniendi ad incommenſurabilium magnitudinum latentes habitudines, quàm propinquarum & commenſurabilium magnitudinum, & ipſorum propterea numerorum adminiculo. Rationalia nanq; irrationalium: quemadmodùm & regularia irregularium, commodiſſimæ videntur eſſe regulæ.

Primum oſtenſionis mediũ, à proportionalium numerorum æqualitate.

¶Aio itaq; primùm, quadratũ b f/æquari circulo a h. Reſumatur 1
enim antecedẽtium quadratorũ atq; circulorũ, tertio problemate ordinata diſtributio. Et per numeros veritati admodùm propinquos, ex ipſa videlicet Archimedis regula, de ratione circunferẽtię ad diametrum (quã propemodum triplã ſeſquiſeptimam eſſe infra demonſtrauimus) coaſſumptos, propoſitam æqualitatem moliamur oſtendere. Præfata itaq; ratione ſuppoſita: ex quarto ſecundæ propoſitionis ſuccedẽtis partis huius libri corollario notũ eſt, quadratũ ad deſcriptum in eo circulum rationẽ habere, quam 14 ad 11. Qualium ergo partium quadratum a e/eſt 14, talium d h/quadratum eſt 7, cùm ſit ipſius a e/dimidium (deſcribitur enim in eo circulo, cui idem quadratũ a e/circunſcribitur) & datus a h/circulus 11. Sed quadratum b f, per regulam ſecundę partis antecedẽtis quarti problematis, ſimilium partiũ itidem offenditur 11, qualium idẽ



quadratum a e/eſt 14, & ipſum d h/7. Cùm enim quatuor quadrata a e/b f/c g/d h, ſint continuè proportionalia, & extrema a e/& d h/ nota ſupponantur: cognoſcetur eorundem extremorum adminiculo, ipſum quadratum b f/ ordine ſecundum, in partibus

qualium primum extremorũ quadratorum est 14, & vltimum 7. Nam si iuxta regulæ tenorem 14 ducantur in 7, fient 98: quæ rursum multiplicata per 14, producunt 1372. Quorum radix cubica veritati admodùm propinqua, est 11. Tot igitur partium est quadratũ b f. Sed a h circulus, similiũ partium ostensus est 11. Vtrunq; igitur & quadratũ b f, & circulus a h, est partium 11, qualium a e quadratum est 14, & d h 7: & proinde alterum alteri æquale. Quadratum ergo b f, æquum est dato circulo a h.

Et quoniam tria quadrata b f, c g, d h, tribus circulis a h, b l, c m, sunt per tertium problema continuè proportionalia, sicut quidem b f ad a h, sic c g ad b l, atque d h ad c m: Aequum est propterea quadratũ c g ipsi b l circulo, necnõ & quadratum d h ipsi circulo c m respondenter æquale. Circulus ergo c m erit itidẽ partium 7, qualiũ a e quadratũ est 14: & proinde ipsius quadrati a e dimidiũ. *De reliquis quadratis & circulis.*

2 ¶Supposito insuper, quòd latus quadrati a e, dimetiénsve circuli a h, sit partium 14: ipsum quadratũ a e erit partium quadratarum 196, quadratum verò d h similium partium 98, vtpote ipsius a e dimidium. Qualium autem partium diameter circuli a h est 14, talium circunferẽtia est 44, per ipsam nuper citatam Archimedis regulam: & dimidia proinde circunferentia, 22. Ipsæ porrò 22 partes dimidiæ circunferentiæ, ductæ in 7, partes semidiametri: cõficiunt aream ipsius a h circuli, per primũ corollariũ primæ propositionis succedẽtis secũdæ partis huius libri, partium quidem 154, qualium quadratum a e est 196: ad quem numerum 154, idem numerus 196 eandem habet rationem, quam 14 ad 11. Radix autẽ quadrata ipsius numeri 154, veritati admodùm propinqua est 12, vnà ferè cum $\frac{5}{12}$. Tantum necessariò est latus quadrati, quod eidem a h circulo est æquale. Sed tantũ simul esse comperitur latus quadrati b f, per eandem præmissam quatuor numerorum continuè proportionalium regulam. Qualium enim partium quadratum a e est 14, talium latus quadrati d h est 9, vnà ferè cum $\frac{17}{18}$: nempe radix quadrata ipsius numeri 98. Si autem iuxta regulæ tenorem, 14 ducantur in 9, & $\frac{17}{18}$: fient 139, & $\frac{2}{9}$. Quæ rursum per 14 multiplicata: cõficiunt 1949, & $\frac{1}{9}$. Quorum radix cubica, per doctrinã secundę partis octaui capitis primi libri nostræ Arithmeticæ practicæ (quę lõgè præcisior est vulgari) reperta: offenditur esse partium itidem 12, vnà cum $\frac{12}{30}$, quæ ferè respondent ipsis $\frac{5}{12}$. Tantum est igitur ipsum *Secundum ostensionis mediũ, ab æqualitate laterũ.*

latus quadrati b f, quantum & latus siue radix quadrati, quod ipsi
a h/ circulo est æquale. Quod etiam experientia oculari (quæ in
his nõ venit prorsus negligenda) vel facilè confirmabitur. Si enim
descripseris rectãgulum parallelogrammum, sub dimidia circun-
ferentia & semidiametro ipsius a h/ circuli comprehensum (quod
eidem æquatur circulo) & per vltimam secundi elementorum, in-
ueneris latus quadrati eidem rectangulo æqualis: offendes ad iu-
stam circini dimẽsionem, ipsum latus continere partes 12, vnà ferè
cum $\frac{5}{12}$, qualium ipse diameter est 14. Aequum est igitur quadra-
tum b f, ipsi dato circulo a h.

Tertium argumentũ ab impoßibili.

¶ Adde quòd non poterit dari quadratum d h, maius vtcunque 3
vel minus circulo c m (& proinde quadratum b f/ circulo a h) &
simul obseruari præostensæ tertio problemate eorundem quadra-
torum atq; circulorum proportiones: quin ipsa continua propor-
tio, qua præfata quatuor quadrata inuicem colligantur, penitus
dissoluatur. Supponatur enim (verbi gratia) circulus c m/ fore par
tium 7 & $\frac{1}{10}$, qualium d h/ quadratum est 7, & a e/ 14. Qualium
verò partium quadratũ a e/ est 14, taliũ circulus a h/ ostensus est 11.
Et circulus a h/ ad circulum c m/ eandem habet rationem, quam
ipsum quadratum a e/ ad quadratum c g. Erit igitur per quatuor
proportionalium regulam, idem quadratum c g/ partium 9 & $\frac{2}{55}$.
Item, cùm sit vt circulus c m/ ad quadratũ d h, sic a h/ circulus ad
quadratum b f: erit per eãdem quatuor proportionaliũ regulam,
ipsum quadratũ b f/ partium 10, vnà cum $\frac{60}{71}$. Sed tunc quadratum
a e/ ad quadratũ b f, similiter & quadratũ c g/ ad quadratum d h/
maiorem rationẽ habebit, quàm idem quadtatũ b f/ ad ipsum qua-
dratum c g: vt ex ipsorum numerorum differentijs, colligere haud
difficile est. Non erũt igitur ipsa quadrata cõtinuè proportionalia.

Quòd si detur idẽ circulus c m/ deficere vno similiter decimo ab
eodẽ quadrato d h, hoc est, fore partiũ 6 & $\frac{9}{10}$: idem subsequetur
incõueniens. Nam propter nunc citatã quadratorũ & circulorum
proportionem, erit per ipsam quatuor proportionalium regulam,
quadratum b f/ partium 11, & $\frac{11}{69}$: quadratum verò c g, similium
partium 8, vnà cum $\frac{42}{55}$. Quibus datis, quadratũ a e/ ad quadratum
b f/ nõ habebit eandẽ rationem, quã idem quadratũ b f/ ad c g, atq;
c g/ ad quadratũ d h: velut ex ipsis numerorũ differentijs inuicem
disproportionatis, facilè colligitur. Vnde rursum ipsa quatuor

quadtata nō erunt continuè proportionalia:quo nil tam falsũm. Nõ est igitur circulus c m/maior,aut minor quadrato d h:& proinde neq; circulus a h,ipso quadrato b f. Aequum est itaq; modis omnibus quadratũ b f/circulo a h,& quadratum c g/circulo b l, atq; d h/quadratũ circulo c m/respondenter æquale. Difficile est enim,singula in propinquissimis numeris,cõmẽsurabilibúsve magnitudinibus,omnibus modis adeò exactè conuenire:quin in ipsis incommensurabilibus magnitudinibus (si surdæ illarum rationes exprimi possent) eadẽ respondẽter subsequantur. Et proinde quæcunque de rationum compositione,aut similitudine, prima parte antecedẽtis quarti problematis corollariè subintulimus:inter ipsa quadrata,& inscriptos circulos,inuenietur ad vnguem obseruata.

Corollariũ,de ratione circũferẽtiæ ad diametrum, & quadrati ad inscriptum circulum.

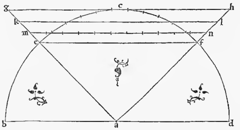
4 ¶ Ex his omnibus subsequi videtur, rationem circunferentiæ ad diametrum paulò maiorẽ esse tripla sesquiseptima: & quadratum consequẽter ad inscriptum circulum minorem habere rationem, quam 14 ad 11. Cùm enim quatuor quadrata a e/b f/c g/d h/sint continuè proportionalia, & ratio primi quadrati ad vltimum dupla:operæpretium est,ipsam rationem duplam ex tribus similibus constare rationibus, & proinde ex ratione primi quadrati ad vltimum cubicè multiplicata, tum per primam partem antecedentis quarti problematis,tum per decimam diffinitionẽ quinti elementorum. Atqui nulla est ratio,quæ ter sumpta seu cubicè multiplicata, conficiat ipsam duplam:præter eam,quæ est 14 ad 11 & circiter $\frac{1}{9}$. Si nanq; ducantur 14 in sese cubicè,fient 2744:& 11 cũ $\frac{1}{9}$ itidem cubicè multiplicata,producunt ferè 1372,dimidium ipsorum 2744. Quadratum igitur a e/ ad quadratum b f/rationem propemodum habet,quam 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$. Eidẽ porrò quadrato b f,ostensus est æqualis circulus a h: Idem propterea quadratum a e, ad circulum a h/rationem propemodum habebit,quã 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$, per septimam quinti elementorum. Et quoniam per vltimum corollarium succedentis secundæ propositionis, quadratum se haber ad inscriptum circulum, vt quarer diameter ad circunferentiæ dimidium:qualium igitur partium diameter est 7,talium circunferentia erit 22 & $\frac{2}{9}$. Et proinde circunferẽtia ad diametrum rationem habebit, tripla sesquiseptima vtcunq; maiorẽ. Id etiã,oculari licebit inspectione confirmare. Nam diuiso circuli semidiametro in 7 partes inuicẽ æquales,si ad iustam acutissimi circini dimensionem

(cuius extrema nil aliud, quàm incidentis lineæ rectæ limites repræsentant) septima diametri pars, ab altero eius extremo sigillatim & ordine coaptetur: vniuersam circunferentiam, 22 septimas adamussim subtendere, te docebit experientia. Et cum arcus, sit maior subtensa chorda: tota circunferentia, maior erit 22 septimis eiusdem diametri. Quod rursum numerorum corroborare videtur calculus. Qualium enim partium circunferẽtia est 360, talium pars vigesimasecunda est 16, & minutorũ circiter 22: subtensa verò chorda, per nostram sinuum rectorum tabulam (quæ ad imitationem Ptolemæi, supponit diametrũ partium 120) est partium 17, & 5 circiter minutorum. Septima porrò ipsius diametri pars, est partium itidem 17, & minutorum 8, differens ab ipsa chorda vigesimæsecundæ partis, 3 tantùm minutis: quæ ex ipso chordarum aut sinuũ calculo defecisse, fit manifestum. Nam tum in diuidẽdis numeris, tum in illorum quadratis radicibus sæpius extrahendis, semper aliquid deperditur: propter quod, ipsi numeri à debita vnitatũ multitudine tandẽ cogũtur deficere. Hinc ortus videtur esse defectus rationis circunferentiæ ad diametrũ, quã per sinuũ rectorũ numeros (ad imitationem Archimedis) infra demonstrauimus.

Recollectio prædictorum notanda. Rei ergo veritas ita habet, vt circunferentia ad diametrũ rationem propemodum habeat: quam 22 & $\frac{2}{9}$ ad 7: & quadratum ad inscriptum circulum, quam 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$. Et proinde qualium partium quadratũ a e, est 14, talium a h, circulus, & illi æquale quadratum b f, est 11 & circiter $\frac{1}{9}$: quadratum verò c g, ac illi æqualis circulus b l, partium 8 vnà ferè cum $\frac{19}{23}$: vtrunq; demum & quadratũ d h, & circulus c m, partium 7 similium. Nam 11 & $\frac{1}{9}$, ducta in 8 & $\frac{19}{23}$, tantum producunt numerum, quantum extremi numeri 14 & 7 inuicem multiplicati, vtpote 98: vnde ipsi numeri 14, 11 $\frac{1}{9}$, 8 $\frac{19}{23}$, 7, sunt per decimamnonam septimi elementorũ inuicem proportionales. Neq; hæc præcedẽtibus ostẽsionibus (si diligẽter supputare noueris) offendes aduersari: sed potius cõfirmare singula. Cuius rei ampliorẽ addere demonstrationẽ, neq; locus neq; tempus patitur.

Pars secunda, prioris cõfirmatiua. RELIQVVM EST, DEMONSTRARE AMBI- 5
tum tertij quadrati c g, æqualẽ esse peripheriæ dati circuli a h: idq; rursum numerorum adminiculo. Sit igitur, lucidioris intelligẽtiæ gratia, ipsius dati circuli dimidiũ b c d, cuius centrũ a, dimetiẽs verò b d: quadrati autẽ in eodẽ circulo descripti latus e f, circũscripti

verò quadrati latus g h: Intermediorũ porrò quadratorũ, à duabus medijs lineis proportionalibus descriptorum latera, k l/ & m n: omnia tum inuicem, tum ipsi dimetienti b a d/ parallela, sub binisq; lineis rectis a e g/ & a f h/ comprehensa: vt subscripta habet figura.



Aio itaq;, quadrantem circuli e c f, æquari tertiæ lineæ proportionali, siue lateri m n. Supponatur enim rursum, diameter b a d/ siue latus g h, esse partiũ 14. Ipsa igitur circunferentia, per ea quæ proximo demonstrauimus corollario, erit similium partium 44 vnà cum $\frac{4}{9}$: & illius propterea quadrans e c f, partium 11 & $\frac{1}{9}$. Et quoniam g h est 14 partium: illius ergo quadratum erit partium quadratarũ 196. Huius autẽ quadrati dimidium, scilicet 98, æquum est quadrato quod ex e f/ latere describitur: quadratũ enim quod ex g h, duplum est eius quod ex e f. Radix porrò quadrata ipsorũ 98, per doctrinã secũdę partis septimi capitis primi libri nostræ Arithmeticæ practicæ (quæ fidelior est præcedente) est partiũ 9, vnà ferè cum $\frac{27}{30}$: tanta est igitur ipsa e f. Porrò si multiplicentur 14 partes ipsius g h, in partes 9 & $\frac{27}{30}$ ipsius e f, producentur 138, vnà cum $\frac{9}{15}$: quæ rursum ducta in partes 9 & $\frac{27}{30}$ conficiunt propemodum 1372. quorum radix cubica, est 11 & $\frac{1}{9}$: tot igitur partium est ipsa m n, per regulam secunda parte antecedentis quarti problematis expressam. Vtrunq; propterea & quadrans c e f, & latus m n/ est partium 11 & $\frac{1}{9}$, qualium diameter circuli, aut latus g h/ circũscripti quadrati est 14: & proinde alterum, alteri æquale. *Quòd latus tertij quadrati, æquatur quadranti dati circuli.*

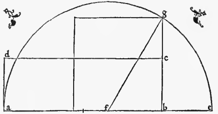
6 ¶ Idem rursum in hunc modum concluditur. Dupletur m n (quæ necessariò est partium 11 & $\frac{1}{9}$) consurgent partes 22, & $\frac{2}{9}$: quæ *Eiusdem secundæ partis confirmatio.*

multiplicatæ per 7 partes ſemidiametri, producunt 155 & $\frac{5}{9}$. Tot igitur partium quadratarum eſt rectangulum, ſub bis m n/& ſemidiametro a b/comprehenſum. Radix porrò quadrata ipſorum 155 & $\frac{5}{9}$, eſt partium 12 & $\frac{27}{30}$: tantū eſt igitur latus quadrati, quod eidē æquatur rectangulo. Sed tantū quoq; offenditur latus k l, cuiusquadratū ipſi dato circulo præoſtenſum eſt æquale. Nam ſi 14 partes ipſius g h, ducantur in 9 partes & $\frac{27}{30}$ ipſius e f, cōſurgent partes 138 & $\frac{3}{5}$: quæ rurſum multiplicatæ per 14, producunt tandem 1940 & $\frac{2}{5}$. Quorum radix cubica ad vnguē examinata, eſt 12 vnà cum $\frac{27}{30}$: Tot igitur partium eſt latus k l, per eam quam ſecunda parte antecedentis quarti problematis præoſtendimus regulam. Præfatum itaque rectangulum, æquū eſt quadrato quod fit ex k l. ſed eidem quadrato, datus circulus præoſtenſus eſt æqualis. Idem ergo rectangulū, & datus circulus, æqualia ſunt adinuicem. Quod autem ſub dimidia circunferentia & ſemidiametro continetur rectangulum, eidem circulo eſt æquale. Comprehenſum igitur ſub ſemidiametro & dimidia circunferentia rectangulum, ei quod ſub eodem ſemidiametro & bis m n/continetur rectāgulo, eſt æquale. Et dimidia proinde circūferētia bis eandē m n, quadrans verò e c f/ ſemel præciſè cōprehendit. Quod oſtendendū tandē receperamus.

Corollarium I.

DAto itaq; circulo, quadratū æquale rurſum vel facilè deſcribetur.

¶Figuretur enim rectangulum parallelogrammum, ſub dimidia circunferētia (quæ bis æquatur ipſi m n) & ſemidiametro comprehenſum: ſitq; illud, verbi gratia, a b c d. Et producta a b/in directū, verſus e: ſecetur b c/ipſi b e/æqualis, per tertiā primi elemētorum. Tota poſtmodū a e, bifariam diuidatur in puncto f, per decimam eiuſdem primi. Et centro f, interuallo autē f a, vel f e, ſemicirculus deſcribatur a g e. Producatur tādem b c/in directum, ad punctum circunferentiæ g: & connectatur (ſi libuerit) f g. His conſtructis, clarum eſt ex vltima ſecundi prædictorum elementorum, quadratum quod fit ex b g/æquū eſſe rectangulo a b c d: & ipſi propterea circulo dato conſequenter æquale.



Hæc figura nõ potuit, ob angustiam cartæ, ad præcedentiũ mensurã delineari: sed in ratione subdupla, in exemplũ depicta est.

Corollarium 2.

DAto præterea quadrato, circulus versa vice describetur æqualis.

Figura primi problematis, huic inseruit corollario.

¶ Si enim datum quadratum fuerit (exempli gratia) d h, & circa illud describatur circulus a h, per nonam quarti elementorũ, atq; circa ipsum a h circulum quadratũ describatur a e, per septimam eiusdem quarti, Postmodum inter ipsorũ quadratorũ latera, quæ sint rursum a & d, binæ mediæ lineæ rectæ sub eadem ratione cótinuè proportionales inueniantur, per ipsius antecedẽtis primi problematis traditionem, quæ sint rursum b & c, Et ex ipsis lineis quadrata describantur b f & c g, in ipso demum quadrato b f circulus describatur b l, ac in ipso quadrato c g circulus c m, per octauam eiusdem quarti elementorum: Erit demum circulus c m, ipsi quadrato d h (vt præostensum est) æquale. Siue enim circulo æquale quadratum, siue dato quadrato circulum æqualem describere fuerit operæpretium eadem cõsurgit figuræ delineatio, viáq; demonstrationis vtrobique manet eadem.

Corollarium 3.

OMne insuper rectilineum, in circulum non minus facilè conuertetur.

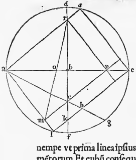
¶ Quid sit rectilineum, te ignorare non putamus. Si igitur dato rectilineo æquale parallelogrammum rectangulum describatur, per quadragesimamquintã primi elementorũ, ac ipsi postmodum

parallelogrãmo ęquale quadratũ, per vltimã secũdi eorũdẽ elemẽtorũ, & huic quadrato circulus demũ figuretur æqualis, per secũdi corollarij traditionẽ: Erunt ambo & rectilineũ datũ, & descriptus tãdẽ circulus, eidẽ quadrato æqualia: & proinde æqualia adinuicẽ.

Corollarium 4.

CVbi tandem duplicatio, quæ hactenus perplexè tradita fuit: ex prædictis fit manifesta.

¶ Proponantur enim binæ lineæ rectæ, a b/b c: sitq; b c/latus dati cubi, a b/verò ipsius b c/dupla. Inter quas, duæ mediæ lineæ rectæ continuè proportionales inueniantur, per primi problematis traditionem: paululũ tamen variato cõstructionis exordio, Descripto enim a d e f/ circulo, vnà cum dimetientibus a e/ & d f/ in centro b/orthogonis: connectenda est a c/recta, & in circunferentiæ punctum g/producenda. Deinde c g/diuidenda est proportionaliter in puncto h/sic, vt tota c g/ad g h/eandem habeat rationem, quam ipsa g h/ad reliquã h c, per trigesimã sexti elemẽtorum. Producta demum e h k l, quæ secet rectã c f/ in pũcto k, quadrantẽ verò a f/in puncto l: absoluãtur reliqua omnia, vt in ipsa primi problematis, & obiecta continetur figura.



Clarũ est igitur, per ipsius primi problematis demõstrationem, b r/ & b n/rectas esse medio loco proportionales inter a b/& b c: sicut quidẽ a b/ ad b r, sic b r/ ad b n, & b n/ ad ipsam b c. Cubũ ergo quod à prima describitur, duplũ est eius quod à secunda: nempe vt prima linea ipsius quartæ, per corollariũ 33, vndecimi elemẽtorum. Et cubũ consequẽter à tertia linea descriptum, duplum etit dati cubi quod à quarta descriptũ est, per 27 eiusdẽ vndecimi.

F I N I S.

¶ *Impressa huius quadraturæ tabula, multa in melius commutauimus: non miraberis igitur, si eiusdem tabulæ litera, ab ipso contextu utcunque differat.*

EIVSDEM ORONTII, DEmonstrationes duæ, altera de area circuli, altera verò de ratione circunferētiæ ad diametrum: quæ duo Archimedis existimantur inuenta.

1 RECEPTVM EST AB OMNIBVS, Archimedem Syracusanum inter alia monimenta Mathematica, duo reliquisse posteris admodùm singularia: quorum alterum est de circuli area, reliquum verò de ratione circunferentiæ ad ipsius circuli diametrum, quod ad executionem primi videtur admodùm necessarium. Ex primo siquidem inuento (vt ex ijs quæ sequuntur apparebit) fit manifestum: semidiametrum circuli in dimidiam circunferentiam ductum, efficere rectangulum parallelogrammum ipsi circulo æquale. Er proinde necessum est habere rectam, quæ eidem circunferentiæ sit æqualis: si eiusmodi volueris conficere rectangulum, & ipsum demum tectangulum, per vltimam secundi elementorum, conuertere in quadratum. Hic enim fuit omnium eorum scopus, qui præfatam rationem circunferentiæ ad diametrum (vt curuæ rectam haberēt æqualem) tanta diligentia inuenire conati sunt. *Duo Archimedis inuēta necessaria.*

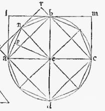
2 ¶ At quoniam ipsa duo Archimedis quæ nunc citauimus inuenta, succincta nimium & scabrosa deductione, ab ipso demonstrantur Archimede (saltem quantùm ex ijs, quę ad manus nostras peruenerunt exemplaribus deprehendere valui) adeò vt ijs solis innotescant, qui diu ac non infęliciter in Mathematicis versati sunt: Rem meo officio dignam, & ijs omnibus gratam, ac vtilem simul me facturum existimaui, qui Mathematicis oblectantur institutionibus, si post nostram circuli quadraturam, vtrunque nouis clarioribúsque demonstrationibus elucidarem, & præcisiorem vtcunque rationem circunferentiæ ad ipsum diametrum, aliáque non aspernenda tandem colligetem. In qua re, partim geometricis elemētis, partim verò numerorum (ad ipsius Archimedis imitationem) fretus sum adminiculo. Sit igitur hæc quæ sequitur de circuli atea, prius dilucidanda propositio. *Authoris argumentum.*

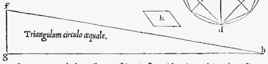
De area circuli, Propoſitio I.

QVòd circulus ſit æqualis triãgulo rectangulo, cuius alterum laterum quæ ad rectum ſunt angulum ſemidiametro, reliquũ verò circunferentiæ eiuſdem circuli eſt æquale: demonſtrare.

Sit datus circulus a b c d, cuius centrum e: datum verò triangu- 1
lum rectangulum f g h, cuius angulus qui ſub f g, & g h, lateribus
continetur rectus exiſtat, & ipſum latus f g, ſemidiametro, g h, ve-
rò circunfetentiæ eiuſdem circuli ſit æquale. Aio datum circu-
lum a b c d, ipſi triangulo rectangulo f g h, eſſe æqualem. Si nan-
que circulus a b c d, eidem triangulo f g h, non fuerit æqualis: erit
aut eo maior, vel eodem triangulo minor. Vtrunque portò eſt im-
Quòd circulus, propoſito triangulo non eſt maior.
poſſibile. Nam ſi idem circulus a b c d, ipſo triangulo f g h, fuerit
maior: id erit ſecundum aliquam magnitudinem. Eſto illa (ſi poſſi-
bile fuerit) magnitudo k. Circulus itaque a b c d, triangulo f g h,
& ipſi k, ſimul iunctis erit æqualis: & proinde k, magnitudo, mi-
nor eſt ipſo a b c d, circulo. Auferatur igitur ab eodẽ circulo ma-
ius quàm dimidium, & à reſiduo iterum maius quàm dimidium, &
deinceps ita quantumlibet: donec relinquatur magnirudo, quæ ſit
minor ipſa k, per primam decimi elementorum. Hoc autem in
hunc modum abſoluetur. In ipſo dato circulo, quadratum deſcri-
batur a b c d, per ſextam quarti eorundem elementorum. Quo ſub
tracto ex toto circulo: detractum erit maius quàm dimidium. Pro-
ductis enim a c, & b d, eiuſdem quadrati dimetientibus, in centro
e, ad rectos ſeſe dirimentibus angulos: per punctum b, ipſi a c,
parallela ducatur l b m. & turſum per a, & c, pũcta, ipſi e b, paralle
lę ducãtur a l, & c m, per trigeſimamprimã primi elementorũ: quæ
per corollariũ decimæſextæ tertij ipſorũ elementorũ, tangẽt ipſum
a b c d, circulum. Parallelogtammum erit igitur a l m c, rectangu-
lum: & ipſius triãguli a b c, hoc eſt, dimidij quadrati in dato citculo
deſcripti duplũ, per quadrageſimãprimam ipſius primi elemẽtorũ,
ſunt enim in eadẽ baſi a c, & in eiſdẽ parallelis a c, & l m, cõſtituta.

Et proinde triangulo a b c, æqualia sunt a b l/& b c m triangula: quæ relictis eiusdem citculi sectionibus, super a b/& b c/lateribus ipsius quadrati descriptis, sunt maiora,per nonã communẽ sententiã. Triangulum propterea a b c,eisdem citculi sectionibus est maius:nam æqualia,eorundem sunt æquè maiora,per sextæ communis sententiæ conuersionem. Haud aliter ostendetur triangulum a d c,reliquis eiusdem circuli sectionibus,supet a d/& d c/lateribus descriptis, fore maius. Totum igitur quadratum a b c d, relictis quatuor circuli sectionibus est maius. Eo itaque subtracto,à toto circulo:detractũ erit maius,quàm ipsius circuli dimidium. Quòd si residuum fuerit maius ipsa magnitudine k:auferatur rursum maius quàm dimidium ipsius residui, in hunc qui sequitur modum. Diuidatur arcus a b/bifariam in puncto n, per trigesimam tertij elementorum:& productis d a/& c b/lateribus in directum & continuum,per datũ punctũ n/ipsi a b/parallela ducatur o r,per trigesimamprimã primi elemẽtorum: & connectantur a n/& n b/lineæ rectæ,per primũ postulatũ.Parallelogrammum erit igitur a o r b/ rectangulum : & ipsius trianguli isoscelis a n b/ duplum, per quadragesimãprimam eiusdẽ primi elementorũ, consistunt enim super eadẽ basi a b,& in eisdẽ parallelis a b/ & o r.Et proinde a n o/& b n r/triangula, eidem triangulo a n b/sunt æqualia. quæ cũ sint maiora relictis circuli sectionibus,





Triangulum circulo æquale.

super a n/& n b/latetibus cõstitutis:fit vt idẽ triangulũ a n b, eisdẽ sectionibus sit maius. Haud aliter,diuisis reliquis arcubus bifariã, & descriptis isoscelibus triangulis super reliquis eiusdem quadrati lateribus:vnumquodque triangulum,relictis eiusdẽ circuli sectionibus, super ipsius trianguli lateribus cõstitutis,maius ostendetur. Quatuor itaque isoscelibus triangulis subtractis:detractum erit à præfato residuo maius,quàm dimidium.At si residuæ octo circuli

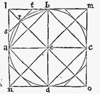
ſectiones,eadem magnitudine k/ſint maiores: ſubtrahãtur rurſum octo iſoſcelia triangula,ſuper antecedentium triangulorum lateribus deſcripta.detrahetur enim ab ipſo reſiduo maius q̃ dimidium: quemadmodùm ex proximo diſcurſu deducere haud difficile eſt. Idque deinceps continuetur:quatenus ipſum reſiduum,eadem magnitudine k/fuerit minus. Et ſupponantur exempli gratia,relictæ octo ſectiones, ſuper a n/& n b/atque reliquis ſimilibus conſiſtentes lateribus:præfata magnitudine k/fore minores.Clarum eſt igitur,ipſam multilateram & octogonam ſuperficiem , ex quadrato & circunſtantibus triangulis reſultantem:maiorem eſſe dato f g h/ triangulo.continet enim ipſum fg h/triangulum,& partem ipſius k, eam videlicet qua præfatum reſiduum eadem magnitudine k/ minus eſt:cùm per hypotheſin,circulus ipſis triangulo f g h/& k/ magnitudini ſimul iunctis , ſit æqualis . Atqui oſtendetur etiam, quòd & minor eſt eadẽ multilatera ſuperficies,ipſo triangulo f g h. Diuidatur enim vnum latus ipſius multilateræ ſuperficiei bifariam, per decimam primi elementorum:vtpote, a n/in puncto s.& conectatur recta linea e s: quæ per tertiam tertij eorundem elementorum, ipſam a n/ ad rectos diſpeſcet angulos . Quod igitur ſub a n/& e s/continetur rectangulum, duplum eſt trianguli a e n,per ſæpius allegatã quadrageſimamprimã primi elementorũ:fiet enim parallelogrammum,in eadem baſi a n , & in eiſdem parallelis cum ipſo triangulo a e n/conſtitutum. Et proinde quod ſub eadem e s,& quolibet alio eiuſdem poligonæ latere continetur rectangulum: duplum eſt eius trianguli , quod ſuper eodem latere verſus e/centrum conſtituitur. Quotuplex autem eſt vnum prædictorum rectangulorũ,vnius trianguli:totuplicia ſunt & omnium triangulorum omnia rectangula,per primam quinti ipſorum elementorum. Quæ igitur ſub eadem e s , & omnibus eiuſdem multangulæ lateribus continentur rectangula : dupla ſunt omnium triangulorum,ſuper eiſdem lateribus conſiſtentium:& ipſius propterea multangulæ ſuperficiei dupla , vtpote,quæ ex eiſdem conſtat triangulis. Ipſa igitur multangula ſuperficies : dimidium eſt eorum, quæ ſub e s/& quolibet eiuſdẽ ſuperficiei latere continentur rectangulorũ.Atqui ipſa e s,minor eſt dati circuli ſemidiametro,cui æquale ſupponitur latus f g:& eadem latera,circunferentia eiuſdem circuli ſunt minora,cui reliquum latus g h/æquale ſupponitur.& ſub

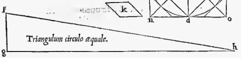
minoribus rectis, minora comprehēdūtur rectāgula. Quæ igitur sub e s,& quolibet ipsius mulrangulæ superficiei latere continētur rectangula: minora sunt eo, quod sub f g/& g h/cōtinetur. Id autē quod sub f g/& g h/cōtinetur rectangulū, duplū est ipsius triāguli f g h, per eandē quadragesimāprimā primi elemētorum: & proinde ipsum triangulū, eiusdē rectanguli dimidiū. Quæ autē inæqualium sunt dimidium, inæqualia sunt adinuicem: nam partes & æquè multiplicia, sunt inuicem proportionalia, per decimamquintam quinti ipsorū elementorū. Minor est itaq; præfata multilatera superficies, ipso triangulo f g h. Patuit autē quòd & maior: quę simul impossibilia sunt. Nō est igitur circulus a b c d, maior ipso triangulo f g h.

¶ Aio præterea, quòd neque minor est idem circulus a b c d, ipso triangulo f g h. Si nanq; fuerit minor: sit rursum illorum differentia, superficies k. Et circa datum circulum a b c d, quadratū describatur l m n o, per septimam quarti elementorum. Aur igitur quadratum l m n o, maius est, aut minus ipso rectilineo k: vel eidem æquale. Sit in primis maius. & ab ipso quadrato l m n o, subtrahatur maius quàm dimidium, & rursum à residuo maius quàm dimidium, & deinceps ita: quatenus relinquatur magnitudo quædam minor ipso k, per primam decimi eorundem elementorum. Tollatur itaque primùm, datus circulus a b c d: subtrahetur enim maius quàm dimidium. Descripto nanque intra circulū quadrato a b c d, per sextā quarti elementorū: cuius anguli tangant ipsius quadrati circūscripti latera, productisq; binis illius dimetientibus a c/ & b d: clarum est inscriptum quadratum a b c d, dimidium fore circunscripti l m n o. At circulus ipse, inscripto quadrato maior est: eo itaque subtracto, detrahetur maius quàm dimidium eiusdem circunscripti quadrati l m n o. Relinquentur itaq; quatuor triangula, ad ipsius circunscripti quadrati angulos consistentia, & arcuatas circunferētiæ obtinentia bases. Quæ si prēfata magnitudine k/fuerint maiora: subtrahatur rursum ab illis maius quàm dimidium, in hunc qui sequitur modum. Connectatur recta linea e l, diuidens bifariam arcum a b/in puncto r: & per ipsum punctum r, ad angulos rectos excitetur s r t, per vndecimam primi elementorum, ipsius quadrati circunscripti tangēs latera, quæ per corollarium decimæsextæ tertij eorūdem elementorum, tangit ipsum a b c d/circulum in eodem puncto r. Aio itaq;, quòd subtracto rectilineo triangulo

Quòd idē circulus, ipso triangulo proposito non est minor.

l s t, cuius basis est recta s t, à triangulo a l b, cuius basis est arcus a r b:detractum erit maius,quàm dimidium.Connexis enim a r/& r b/lineis rectis, quoniam l r t/& t r b/triangula sub eodem sunt vertice,scilicet r:se habent igitur vt bases l t/& t b, per primã sexti prædictorum elementorum.Sed basis l t,basi t b/maior est:& triangulum igitur l r t,maius est triangulo t r b. quapropter & multò maius triãgulari extra circulum relicta portione t b r,cuius vnum latus est arcus r b. Quòd autem basis l t,sit maior basi t b:fit manifestũ.Nam anguli e b r/& e r b,trianguli b e r, sunt per quintam primi elemẽtorum inuicem æquales, & rectus e b t/recto e r t/æqualis,per quartum postulatum:reliquus igitur angulus b r t,reliquo t b r,per tertiam communẽ sententiã est æqualis.Er la tus propterea b t,lateri t r,per sextam





Triangulum circulo æquale.

eiusdem primi æquale. Sed latus l t,maius est latere t r, per decimamnonam eiusdem primi,subtendit enim angulum rectum qui ad r/vtroque reliquorum duorum maiorem:quapropter & maius ipso latere t b. Haud dissimiliter ostendetur, triangulum l r s, maius esse triangulo a s r, cuius basis est arcus a r. Et proinde totum l s t/triangulum,maius est binis triangularibus superficiebus a s r/& r t b,quarum bases sunt arcus a r,& r b. Et reliqua deinde triangula,ad reliquos angulos ipsius quadrati consistentia:maiora similiter ostendentur reliquis similibus similitérque positis, & extra circulum derelictis triangulis.Detractis igitur eisdem angularibus triangulis:subtractum erit ab ipso residuo maius quàm dimidium. Si autem ipsum residuum , fuerit adhuc maius eadem magnitudine k: productis rursum ex centro e,ad s/& t/atque reliqua similia puncta lineis rectis, suscitatisque in transuersum ad angulos rectos quæ ipsum tangant circulum, & circunscripti poligoni attingant latera : si ea quæ ad ipsius poligoni consistunt angulos

subducantur triangula, detractū erit ab eodē residuo maius quàm dimidium. quemadmodùm ex proximo discursu, demonstrari vel facilè potest. Idq; deinceps cōtinuetur: quatenus ipsum residuum, eadem magnitudine k/fuerit minus. Supponantur igitur maioris euidentiæ causa, præfatæ octo triangulares superficies extra circulum derelictę, ipso rectilineo k/fore minores. Et quoniam circulus a b c d, & magnitudo k, triangulo f g h/ sunt æqualia: erit igitur circunscriptum poligonum eodem f g h/ triangulo minus, comprehēdit enim ipsum circulum, & residuum minus ipso k, per constructionem. Atqui circūscripti poligoni latera, maiora sunt ipsius circuli circunferentia: & ipsi circunferentiæ æquale supponitur latus g h, semidiametro autem latus f g. Quæ igitur sub circuli semidiametro, & quolibet ipsius poligoni latere continentur rectangula: maiora sunt eo, quod sub f g/& g h/continetur rectangulo. Eorum autem quæ sub eodem circuli semidiametro, & quolibet ipsius poligoni latere continentur rectangulorum, dimidium est ipsum poligonum circulo circunscriptum: triangulum verò f g h, dimidium eius quod sub f g/& g h/rectanguli continetur. quemadmodùm de inscripto poligono, prima huius parte deductū est. Partes autem & æquè multiplicia, sunt per decimamquintam quinti elementorum inuicem proportionalia. Maius est igitur poligonum circulo circunscriptum, eodem f g h/triangulo. Patuit autem quòd & minus: quæ simul impossibilia sunt. Non est igitur circulus a b c d, minor ipso triangulo f g h. Et ostensum est quòd neque maior. Aequalis igitur est ipse circulus a b c d, eidem triangulo rectangulo f g h: cuius vnum latus eorū quæ ad rectum sunt angulum semidiametro, alterum verò circunferentiæ eiusdem circuli est æquale. Idem, ac multò facilius ostendere licebit: vbi circunscriptum quadratum l m n o, æquale, vel minus datum fuerit ipso rectilineo k. Quod demonstrandum tandem susceperamus.

Corollarium I.

QVod igitur sub circuli semidiametro, & dimidia circunferentia continetur rectangulum: æquum est ipsi circulo.

¶ Patuit enim ſuprà, circulum a b c d, æquum eſſe triangulo rectangulo f g h, cuius latus f g, ſemidiametro, g h/verò circũferentiæ ipſius circuli ſupponitur æquale: Ipſum quoque triangulum f g h, & proinde circulum a b c d, dimidium fore eius rectanguli quod ſub f g/ & g h/continetur. Eiuſdem præterea rectanguli dimidium eſt, quod ſub eodem ſemidiametro, & dimidia continetur circunferentia. Quæ autem eiuſdem ſunt dimidium, inuicem ſunt æqualia, per ſeptimam communem ſententiam. Quod igitur ſub circuli ſemidiametro, & dimidia illius circunferentia continetur rectangulum, ipſi circulo eſt æquale. Hac igitur de cauſa, innumeri circunferentiam ipſius circuli in iuſtam menſuræ rationem (veluti præfati ſumus) redigere conati ſunt. Quos omnes longè ſuperauit Archimedes: cuius inuentum hic ſubnectere, & noua demonſtran di ratione confirmare non duximus importunum.

Cur innumeri circunferentiam in rectã uertere conati ſunt.

Corollarium 2.

A Rea conſequenter dati cuiuſlibet regularis poligoni: æquatur rectãgulo, quod ſub perpendiculari ex centro in latus vnum demiſſa poligoni, & dimidio continetur ambitu.

¶ Patuit enim ex primæ partis huiuſce propoſitionis diſcurſu, id quod ſub e s/perpẽdiculari & omnibus inſcripti poligoni a n b c d/ lateribus continetur: duplum fore ipſius poligoni. Fiunt enim tot rectangula parallelogramma, quot ſunt iſoſcelia triangula ſuper eiſdem lateribus conſiſtentia: quorum rectangulorum quodlibet præoſtenſum eſt ipſius trianguli eſſe duplum. Si igitur ex centro dati cuiuſlibet regularis poligoni, in vnum eius latus perpendicularis ducatur: ipſa perpendicularis per dimidium ambitum multiplicata, conficiet aream eiuſdem oblati poligoni.

Vt dimetiẽda area dati cuiuſlibet poligoni regularis.

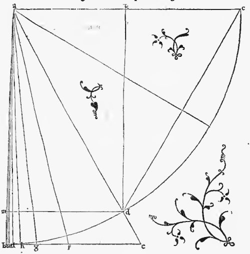
De ratione circunferentiæ, ad circuli diametrum, . Propoſitio ſecunda.

CIrcunferentiam circuli ad eius diametrum, rationem habere tripla sesquiseptima minorem: maiorem autem tripla sesquioctaua.

1 ¶ Hoc præstantissimum Archimedis inuentũ de ratione circunferentiæ ad circuli diametrũ, quemadmodum & proximum de ipsius circuli area: longè faciliori, magisq; succincta, atq; fida demonstratione, q̃ fecerit idẽ Archimedes, vel illius sequaces, conabimur reddere manifestum. Esto igitur circuli quadrans a b c, sub a b & a c semidiametris, & quarta circũferentiæ parte b c comprehensus. In hoc itaq; circuli quadrante, dato a b vel a c semidiametro: æqualis recta linea coaptetur c d, per primam quarti elementorum. Et à puncto b dati a b semidiametri, ad angulos rectos excitetur b e, per vndecimam primi ipsorum elemẽtorum: quæ per corollarium decimæsextæ tertij eorundem elementorum, tanget circunferentiam b c in puncto b. Connectatur deinde recta a d e, per primum postulatum: conueniet enim tandem cum ipsa b e, per quintum postulatum. Erit itaq; recta c d, latus hexagoni æquilateri & æquianguli in circulo (cuius quadrans est a b c) descripti, per corollarium decimæquintæ quarti prædictorum elementorum: & subtendens propterea arcũ 60 graduum, qualium b c quadrãs est 90. Reliquus igitur arcus d b, erit similium graduum 30: & deductus propterea super eodẽ arcu angulus b a d, tertia pars anguli recti: atq; duplum ipsius b e, latus hexagoni æquilateri & æquianguli, eidem circulo circunscripti. Diuidatur itaq; idẽ angulus b a d seu b a e bifariam, per nonam primi elementorum: sub recta quidem a f. Erit igitur angulus b a f, pars sexta ipsius anguli recti, subtendens gradus 15: duplum autem ipsius b f, latus dodecagoni regularis, circa præfatũ circulum descripti. Diuidatur rursum angulus b a f bifariam, per eandem nonam primi: sub recta quidem a g. Angulus ergo b a g, eiusdem anguli recti pars erit duodecima, subtendens gradus 7 & 30 prima minuta: & proinde duplum ipsius b g, conficier latus polygoni regularis habentis latera 24, circa eundem circulum descripti. Angulus consequenter b a g bifariam diuidatur, sub a h recta. Erit itaque angulus b a h, ipsius anguli recti pars vigesimaquarta,

Cõstructio primæ partis huiusce propositionis.

ſubrendẽs gradus tres, vnà cum primis minutis 45: duplum autem ipſius b h, erit latus circũſcripti poligoni regularis ſub 48 lateribus comprehenſi. Diuidatur ſimiliter angulus b a h/bifariam: ſub recta quidem a l. Angulus ergo b a l, erit quadrageſima octaua pars eiuſdem anguli recti, ſubtendétque gradum vnum, prima minuta 52, & ſecunda 30: & proinde duplum ipſius b l, cõficiet latus circunſcripti poligoni regularis, latera 96 continẽtis. Angulus rurſum b a l, bifariam diuidatur, ſub recta a n. Erit ergo angulus b a n, præfati anguli recti pars nonageſima ſexta, ſubtendens prima tanrum modò minuta 56, ſecunda verò 15: vnde ipſius b n/duplum, erit larus regularis poligoni habenris latera 192, ac eidem circulo circunſcripti. Tandem ſi angulus b a n, per ipſam nonã primi elemenrorum bifariam diuidatur, ſub recta quidem a o: neceſſum eſt angulũ b a o, centeſimam & nonageſimãſecundã partem anguli recti continere,



ſubtendenteq́ue vnius gradus prima minuta 28,& ſecunda ferè 7:atque duplum ipſius b o,fote latus poligoni æquilateri & æquianguli circa præfatum circulum deſcripti,cuius larera ſunt numero 384.

His ita conſtructis & præoſtenſis,inuenienda eſt ipſarum a b/atque b o/quantumuis minutim diſtributarum quantitas.Supponemus itaque ſubtenſam a o, continere (verbi gratia) partes 60000: & quot ſimilium partium fuerit vtraq; & a b/& b o, ex ea ſinuum tabula, quæ maximum ſinum habet partium 60000, in hunc qui ſequitur modum colligemus. Accipiemus enim ſinum rectum illius arcus quem ſubtendit angulus b a o, quem prædiximus fore primorũ minutorum 28, & ſecundorum ferè 7: is autem ſinus erit partium 490, tot igitur partium erit ipſa b o. Deinde accipiemus ſinum rectum complementi eiuſdem arcus, vtpote 89 graduum, 31 primorum minutorum,& ſecundorum ferè 53:quem ſinum experieris eſſe partium 59998,tãtus eſt ſemidiameter a b. Duplentur conſequenter eædem 490 partes,conſurgent partes 980:tot igitur partium eſt latus poligoni regularis habentis latera 384,quod circa circulum(cuius quadrans eſt a b c) deſcribitur. Multiplicentur itaq; 980, per 384, reſultabunt 376320: tantus eſt ambitus eiuſdem poligoni.Duplentur inſuper ipſæ 59998 partes a b, conſurgent totius diametri partes 119996: quæ triplatæ conficient partes 359988. Atqui 376320 partes,continent ſemel 359988,& præterea 16332,quæ non faciunt ſeptimam partem ipſorum 119996: nam ea eſt 17142/ & $\frac{2}{7}$.Habet igitur ambitus ipſius poligoni, ad diametrũ rationem tripla ſeſquiſeptima minorem. Et quoniam circunferentia circuli, minor eſt ambitu eiuſdem circunſcripti poligoni:à fortiori igitur eadem circunferentia,ad ipſum diametrum rationem habet tripla ſeſquiſeptima minorem.

Quòd circunferẽtia ad diametri rationẽ habeat tripla ſeſquiſeptima minorem ex prædictis colligere.

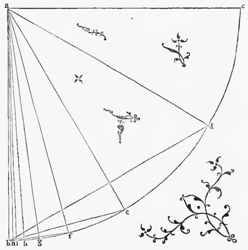
Quòd autem in rectangulis triangulis,dato latere angulum rectum ſubtendente,& vno acutorum angulorum noto, reliqua innoteſcãt latera:ſic demonſtratur.Sit datum(in exemplum)rectangulum triangulum a d m,cuius latus a d/rectum ſubtendens angulum ſit notũ,& angulus d a m/notus.deſcribatur igitur circa punctum a, & ad interuallũ a d,quadrãs circuli a b d c:& per punctum d,ipſi a m parallela ducatur quæ ſit d k, per trigeſimamprimã primi elementorum . Parallelogrammum eſt igitur a m d k: & latus d k,ipſi a m/æquale,per trigeſimãquartã ipſius primi.Et quoniam

Dato triangulo rectãgulo, & vno acutorum angulorum noto, cũ latere angulũ rectum ſubtendente, reliqua innoteſcere latera.

angulus b a d/notus est, arcus igitur b d/est notus: & proinde sinus rectus d m, ex tabula sinuum fiet notus. Nota erit etiã & d k, sinus rectus complementi d c: cui æquatur a m. Bina igitur latera a m/& m d/fient nota: idq; pro ratione partium ipsius a d. In præfato autem triangulo rectangulo b a o, angulus qui ad a/est notus, & arcus b o/notus, atq; illius complementũ o c/notum (veluti nuper ostensum est) quapropter & ipsa a b/& b o/latera supradicto modo fiunt manifesta, in partibus quidem, qualium a o/data est 60000.

secundæ partis ostẽsio mathematica. SECVNDA verò pars, vtpote, quòd eadem circuli circunferentia, ad diametrum ratione habet tripla sesquioctaua minorem: haud dissimili via demonstrabilis est. Repetatur itaque circuli quadrans a b c. Et dato a b/vel a c/semidiametro, æqualis recta linea b d/rursum coaptetur, per ipsam primam quarti elementorum: & connectatur a d/recta, per primum postulatum. Erit igitur per corollarium decimęquintæ ipsius quarti, recta b d/latus hexagoni æquilateri & æquianguli, circulo cuius quadrans est a b c/inscripti: subtendens sextam circunferentiæ partem, hoc est, arcum b d/gradum 60, qualium tota circũferentia est 360, & ipse quadrãs b d c/(à quo rectus qui sub b a c/dimetitur angulus) 90. Et proinde angulus b a d, duo tertia comprehendit ipsius anguli recti. Diuidatur igitur idem angulus b a d/bifariam, per nonam primi eorundẽ elementorum, sub recta quidẽ a e: & connectatur chorda b e, per primum postulatum. Angulus itaque b a e, tertia pars erit eiusdẽ anguli recti, subtendẽs arcũ b e/graduũ 30, nempe dimidiũ ipsius b d: & ipsa chorda b e, latus erit dodecagoni æquilateri & æquianguli, in eodẽ circulo descripti. Diuidatur rursum angulus b a e/ bifariã, sub recta a f, per eandem nonã primi elementorum: & cõnectatur chorda b f. Erit igitur angulus b a f, sexta pars ipsius anguli recti, subtendẽs arcum b f/graduum 15: & ipsa chorda b f, latus poligoni regularis in præfato circulo descripti, habentis latera 24. Angulus consequenter b a f/bifariam diuidatur, sub recta a g: & cõnectatur chorda b g. Erit itaque angulus b a g, eiusdẽ anguli recti pars duodecima, subtendens arcum b g/graduum 7, & primorum minutorum 30: ipsa quoque b g/recta, erit latus inscripti poligoni regularis, sub 48 lateribus comprehẽsi. Rursum diuidatur angulus b a g/ bifariam, sub recta b h: & connectatur chorda b h. Angulus ergo b a h, vigesimaquarta pars erit anguli recti, & subtensus arcus b h/

trium gradduum & primorum minutorum 45: chorda autem b h, latus inſcripti poligoni regularis,latera 96 cōtinentis.Haud aliter diuiſo bifariam angulo b a h, ſub recta a l, & connexa chorda b l: angulus b a l,quadrageſimamoctauā partē ipſius anguli recti com prehēdet,arcus proinde b l/vnū gradum,prima minuta 52,& ſecū-da 30:eritq; chorda b l,latus poligoni regularis habentis latera 192, in eodem circulo deſcripti. Quòd ſi angulus b a l/bifariam tādem diuidatur, per eandem nonam primi elementorum,ſub recta quidem a n, & connectatur chorda b n: erit angulus b a n, ipſius anguli recti pars nonageſimaſexta, & arcus propterea b n/ primorum tantùm minutorum 56,ſecūdorum prӕterea 15: Chorda porrò b n, latus poligoni ӕquilateri & ӕquianguli,continentis latera 384, & in eodem circulo (cuius quadrans eſt a b c) deſcripti.



Quòd circumferētia ad diametrū rationē habeat tripla sesquioctaua maiorem, numeris elucidare.

¶His ita cōstructis, & demōstratis: supponatur semidiameter a b/ totius quadrātis sinus tectus, fore partiū 60000. Et per sinuū tabulā, cuius sinus maximus est partiū itidē 60000 suscipiatur chorda b n/ quę ex sinu recto dimidij arcus geminato consurgit. Dimidiū itaq; ipsius arcus b n, cōtinet prima minuta 28, & secūda ferè 7: quotum sinus rectus, habet partes 490. bis autē 490, cōficiunt 980: tot igitur partium est ipsa chorda b n. Multiplicētur ergo 980, per numerum laterum ipsius poligoni cuius b n/ tecta est vnum latus, vtpote, per 384: fient partes 376320. tantus est ambitus ipsius inscripti poligoni, habētis latera 384. Bis autem 60000, cōficiunt 120000: tot igitur partium est ipsius circuli diameter. Ipsum ergo poligonum, se habet ad diametrum, vt 376320 ad 120000. Sed numerus 376320, cōtinet 120000 ter, vtpote 360000, & præterea 16320, quæ superant ipsorum 120000 octauam partem: nam ea est 15000. Ratio itaque 376320, ad 120000: maior est tripla sesquioctaua. Præfatum ergo poligonum, ad diametrū rationem habet tripla sesquioctaua maiorem. Ipsius autē poligoni lateribus, maior est circunferentia circuli, in quo sæpius expressum describitur poligonum. A fortiori igitur eadem circunferentia circuli, ad ipsum diametrū rationē habet tripla sesquioctaua maiorē. Quod susceperamus ostēdendum.

Corollarium 1.

Contra alteram Archimedis partem, de ratione circūfe. ad diame.

NOn habet ergo circūferētia circuli, ad diametrū rationē tripla superdecupartiēte septuagesimasprimas (vt asserit Archimedes) maiorem.

¶Si diuiseris enim 120000 partes diametri, per 71, prosilient 1690, vnà cùm $\frac{10}{71}$: quæ decies sumpta, cōficiunt 16901 & $\frac{29}{71}$. Hæc autem maiora sunt 16320, quibus idem ambitus poligoni partium 376320, superat triplati diametri partes 360000: excedunt enim 581 partibus. Et proinde circunferentia circuli, ter continet diametrum, & minus decem illius septuagesimisprimis.

Corollarium 2.

RAtio tripla sesquiseptima, magis accedit ad veram rationem circunferentiæ ad diame/

trum: quàm tripla ſeſquioctaua.

¶ Nam differentia inter reſiduum triplati diametri, à toto ambitu circunſcripti vel inſcripti poligoni regularis habentis latera 384, & ſeptimā totius diametri partem: minor eſt differētia eiuſdē reſidui, & octauæ partis ipſius diametri. Iuxta enim huiuſce propoſitionis primā partē, ipſum reſiduū fuit partium 16332: iuxta verò partem ſecūdam, 16320. Et vtrobiq; pars ſeptima diametri, partiū ferè 17142: octaua autē, partium circiter 15000. Differētia porrò inter 16332/& 17142, eſt 810: inter verò 15000/& 16332, eſt 1332. Differentia rurſum inter 16320/& eadē 17142, eſt partium 822: & ipſa 15000, partiū 1320. Minus ergo diſtat ipſum reſiduum à parte ſeptima, q̃ ab octaua: & proinde ratio tripla ſeſquiſeptima, præciſior eſt tripla ſeſquioctaua.

Corollarium 3.

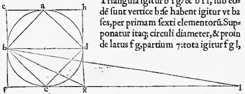
PRæciſior adhuc eſt ratio tripla ſuperbipartiens quindecimas (vt 3, ad 1 & $\frac{2}{15}$) ipſa ratione tripla ſeſquiſeptima.

¶ Duo enim quindecima, conſurgunt ex $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{8}$ ſimplicitet iunctis: & neq; ſeptimam, neq; octauā efficiūt ipſius diametri partem, inter quas eadem ratio circunferentiæ ad diametrum verſatur. Quòd autem ea ſit præciſior tripla ſeſquiſeptima: ex numeris primæ partis huius propoſitionis, fit manifeſtum. Nam diameter, fuit partium 119996: & ipſorum 119996 pars quindecima, eſt 7999 & $\frac{11}{15}$. duæ porrò quindecimæ, conficiunt 15999 & $\frac{7}{15}$: quæ ferè complent differētiam inter ambitum poligoni circulo circunſcripti habētis latera 384, & triplum diametri eiuſdē circuli (quæ differētia, fuit partiū 16332) & plus differūt ab ipſius diametri parte ſeptima, quæ eſt partiū 17142 & $\frac{2}{7}$, q̃ ab ipſis 16332. Diſtant enim 15999 & $\frac{7}{15}$, ab ipſis 17142 & $\frac{2}{7}$, partibus 1142 vnà cum $\frac{86}{105}$: ab ipſis autem 16332, partibus tantummodò 332 & $\frac{8}{15}$. Et quoniam ſecundo corollario demonſtratum eſt, rationem triplam ſeſquiſeptimam, præciſiorem eſſe tripla ſeſquioctaua: longè itaq; præciſior erit eadem ratio tripla ſuperbipartiens quindecimas, ipſa ratione tripla ſeſquioctaua.

Corollarium 4.

Area itaque circuli, ad circunſcriptum quadratum rationem ferè habet, quam 11 ad 14: ad inſcriptum autem quadratum, quam 11 ad 7.

Hypotheſis corollarij. ¶Hoc velim intelligas, ſuppoſito ꝙ circunferentia ad diametrum rationẽ habeat triplã ferè ſeſquiſeptimam. Sit enim datus circulus a b c d: circũſcriptum autẽ ex dimetiente quadratum, e f g h. Cuius latus f g, in directum producatur verſus l: ponatúrq; f g l, circunferentiæ ipſius circuli æqualis, ter cõtinens diametrum & ſeptimam eiuſdẽ diametri partẽ. Connectãtur demum b g/ & b l/ lineæ rectæ.



Triangula igitur b f g/ & b f l, ſub eodẽ ſunt vertice b: ſe habent igitur vt baſes, per primam ſexti elementorũ. Supponatur itaq; circuli diameter, & proinde latus f g, partium 7: tota igitur f g l, erit partium ſimiliũ 22. Triangulũ ergo b f l, ad triangulũ b f g/ ſe habet, vt 22 ad 7. Sed per antecedẽtẽ primã propoſitionẽ, triangulo b f l/ æqualis eſt a b c d/ circulus. Idẽ ergo circulus a b c d, ad triangulũ b f g/ ſe habet, vt 22 ad 7: æquales enim magnitudines, ad eandem magnitudinem eandem habẽt rationem, per ſeptimam quinti eorundem elementorum. Qualium ergo partium triangulũ b f g/ eſt 7, talium circulus a b c d/ eſt 22. Sed qualium partium idẽ b f g/ triangulum eſt 7, talium quadratũ e f g h/ eſt 28: quadruplum eſt enim ipſum quadratũ e f g h, eiuſdẽ trianguli b f g. Qualium ergo partiũ circulus a b c d/ eſt 22, taliũ circunſcriptũ quadratũ eſt 28. Se habet igitur idẽ circulus a b c d/ ad circunſcriptũ quadratũ e f g h, vt 22 ad 28: & proinde vt 11 ad 14, qui ſunt minimi numeri in data ratione conſtituti. Quod autẽ in eodẽ circulo deſcribitur quadratũ a b c d, dimidiũ eſt circũſcripti. Qualiũ ergo partiũ circulus ipſe eſt 22, taliũ idẽ inſcriptũ quadratũ eſt 14. Circulus ergo a b c d, ad inſcriptũ quadratũ rationẽ habet, quã 22 ad 14: & proinde quã 11 ad 7.

FINIS.

Vireſcit vulnere virtus.

ORONTII FINAEI DELphinatis, Regij Mathematicarũ Lutetiæ professoris, De absoluta rectilinearum omnium & multangularum figurarum (quæ regulares adpellantur) descriptione, tam intra quàm extra datũ circulum, ac super quauis oblata linea recta: Libellus hactenus desideratus.

1 INTER EA QVAE POST CIRculi quadraturã, ab ipsis Mathematicis summopere desiderari percepimus: erat multãgularum omnium & regularium figurarum, tam intra, quàm extra circulum, vniuersalis & absoluta descriptio: Vtpote, sine qua nec circulus, nec angulus rectus (ad quem cæteri referuntur anguli rectilinei) in liberas quotcunque partes inuicem æquales diuidi minimè potest. à qua quidem diuisione, quamplurima & abstrusiora rerum Mathematicarum vi dentur pendere secreta. Euclides enim libro quarto elementorum, hexagoni descriptionẽ minimè transgressus est (nam vltima ipsius quarti libri, quæ de quintidecagoni descriptione tradita est propositio, ex trianguli atque pentagoni æquilateri & æquianguli descriptione corollariè deducta est) vtpote, qui elementa tantùm, & non omnia quę ab ipsis deriuari possunt elementis, tradenda susceperat. *De dignitate ac utilitate huius operis.*

2 ¶ Cùm igitur à nonnullis, etiam nõ vulgariter eruditis, quid de ea re sentirem (nescio an seriò, vel ioco) sæpius admonerer exprimere, neque tunc aut per ocium, aut per rerum mearum & negotiorum opportunitatem, illorum petitioni satisfacere liceret: suffuratus sum tandem noctes aliquot, quas huic tam gratæ ac optatæ inquisitioni (etiam inuita calamitatum mearum multitudine) non infęliciter adcommodaui. Nam certam & vniuersalem viam demum excogitaui, & conscripsi: qua multangula quæuis rectilinea atque *Quid mouerit authorem, ad hoc opus conscribẽdum.* *Quæ in hoc continentur opere.*

regularis figura primùm in circulo, deinde ſuper quauis data linea recta, deſcribi vel facilè poſſit. quod neminem hactenus tentaſſe, nedum abſoluiſſe, nuſquam legi vel audiui. Ex qua quidem vniuerſali & abſoluta deſcriptione, miranda & antea ignota ſubintuli corollaria. Deinde circa datum circulum, multangulam quamlibet & regularem figuram: atq; tam intra, quàm extra datam multangulam & regularem figuram, circulum verſa vice deſcribere (vt hoc abſolueremus negotium) noua ac vniuerſali ratione demonſtraui. Vt ijs ſatis hac in parte facerem, qui id à me bona fide, ac ſciendi cupiditate, poſtulare videbantur: vtque ſimul illos grauiore torquerem inuidia, qui de meo diffidentes ingenio, idem vel arrogantia, vel curioſa quadam leuitate potius, quàm ſyncero & amico efflagitare ſimulabant affectu. Quibus & nos haud parum debere, fatemur ac recognoſcimus: vtpote qui vires ingenij noſtri vulneribus vireſcere faciunt, & ad moliendum ſemper aliquid aut ſubtile, aut vtile ſimul, inuitare ſolent. Quod tam gratum ſtudioſis omnibus futurum exoptamus, quàm liberali animo hunc laborem aſſumere conſueuimus. Sed iam prologo finẽ imponẽdo, rem ipſam fęlici adgrediamur auſpicio: & primũ hoc anteponamus problema.

Sincerum authoris argumentum.

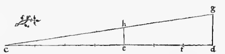
Problema primum.

DAtam quamuis lineam rectam præfinitam, in quotcunque partes inuicem æquales diuidere: illiúſve partẽ quotam, à dato quouis numero denominatam inuenire.

¶Eſto data linea recta terminata a b, quam oporteat in quotcunque partes inuicem æquales diuidere: ſeu quotam illius partem, à dato quouis numero denominatã, geometricè reperire. In primis itaque ſi datus partium numerus, à pariter pari numero fuerit denominatus: diuides ipſam rectam lineam bifariam, & rurſum quãlibet eius partem bifariam, per decimam primi elementorum geometricorum, ídque toties continuabis, quatenus propoſitum obtinueris partium numerum. Sunt enim pariter pares numeri, in duos 1

Cũ datus partium numerus fuerit pariter par.

numetos inuicem æquales continuè diuiſibiles, quouſque ad impartibilem peruentum fuerit vnitatem: cuiuſmodi ſunt 2,4,8,16, 32, 64, 128, & ſimiles quotcunque numeri à binario continuè du-
2 plicato procreati. ¶ At ſi propoſitus earundem pattium numerus fuerit impariter par, aut de iјs quos primos nuncupare ſolemus, qui ſcilicet nullam habent partem quotam præter vnitatem (cuiuſmodi ſunt 5,7,11,13,17,&c.) ſic facito. Eſto clarioris intelligẽtiæ gratia propoſitum, diuidere eandem rectã lineam a b, in ſeptem partes inuicem æquales. Proponatur igitur alia quædam linea recta, indefinitæ quantitatis quoad alterum eius extremum, quæ ſit c d: à qua ſecetur æqualis ipſi a b, per tertiam primi elementorum, vtpote c e. Diuidatur poſtmodùm c e, in tot partes inuicem æquales, quot ſunt vnitates in maximo pariter pari numero intra datũ partium numerum compreheſo, per primam partem huiuſce problematis, vtpote in 4: nam maximus pariter par numerus, qui in ſeptenario continetur numero, eſt quaternarius. Qualium deinde partium c e eſt quatuor, talium ſecetur e d trium, per eandem tertiam primi elementorum: ſitque d f ipſius e d tertia, vel ipſius c e quarta, totiúſve c d pars ſeptima. Conſequenter à puncto d ipſius c d lineæ rectæ, ad angulos rectos excitetur d g, pet vndecimam eiuſdem primi elementorum (nec referet, ſi eandẽ d g ad obliquos ſuſcitaueris angulos) ſecetúrque d g, ipſi d f, æqualis, per eandem tertiam primi elementorum. Et connectatur c g recta, per primum poſtulatum: tandémque per e punctum, ipſi d g parallela ducatur e h, per trigeſimamprimam eiuſdem primi elementorum. Aio itaque e h, dimetiri ipſius c e, aut a b (quæ eidem c e data eſt æqualis) partem ſeptimam: quod ſic demonſtratur. Triangula enim c d g, *Vbi datus par tiũ numerus fuerit prim⁹, uel impariter par.*



& c e h, ſunt inuicem æquiangula: quoniam angulus c e h interiori *Demonſtratio* & ex oppoſito ad eaſdem partes c d e eſt æqualis, necnon & c h e *problematis.*

angulus ipsi angulo c g d, per vigesimamnonam ipsius primi elementorum, & is qui ad c/ angulus vtrique triangulo communis. Aequiangulorum porrò triangulorum proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos,& similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur,per quartam sexti eorundem elemento rum.Sicut igitur c d/recta ad d g,sic c e/ad rectam e h. Atqui d g/ ipsius c d/est pars septima,per constructionem: & e h/igitur ipsius c e, & proinde ipsius a b/pars erit septima . Secentur igitur ex a b, linea data,à puncto a/versus b (aut è diuerso)æquales ipsi e h, per sæpius allegatam tertiam primi elementorum , donec septenarius datarum partium absolutus fuerit numerus:nam ipsa a b/linea data,in septem partes inuicem æquales tandem erit distributa.Haud aliter,dato quouis alio partium numero,peragẽdum est. Quod in primis oportuit fecisse.

Problema 2.

Dato triangulo isosceles,cuius vterque angulorum qui ad basin duplus sit reliqui:cætera isoscelia triangula constituere,quorum vnusquisque eorum qui ad basin sunt angulorum eam rationem obseruet ad reliquum,quã datus numerus ad vnitatem: & multangulæ latus quæ per oblatum describetur isosceles,simul reddere notum.

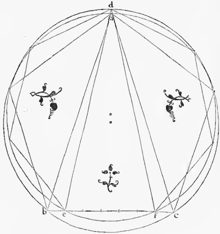
Hypothesis, totius artis fundamentum.

1 ¶Sit datum isosceles triangulum a b c,cuius vnusquisque eorum qui ad basin b c/sunt angulorum,duplus sit reliqui anguli qui ad a,per decimam quarti geometricorum elementorum: cuius insuper trianguli a b c, eadem basis b c/ sit latus pentagoni, in circulo qui eidem circũscribitur triangulo descripti,per vndecimam eiusdem quarti elementorum. Ex hoc itaq; triangulo isoscele a b c, veluti radicali & primario,cætera deducemus & procreabimus isoscelia triangula : quorum vnusquisque eorum qui ad basin erunt angulorũ,cęteras rationes multiplices,vtpote triplã,quadruplam,

quintuplam, ſextuplam (& ſic conſequenter) ad reliquum obſeruabit angulum: quorum præterea baſes, cæterarum multangularum & regularium figurarum latera, in eis deſcriptarum circulis, qui eiſdē circunſcribentur triangulis, ſuo præfinient ordine. Quod neminē hactenus vel feciſſe, vel excogitaſſe: quamplurimos autem & propoſuiſſe, & ſæpius deſideraſſe compertum habemus.

2 ¶In primis itaque (vt ad rem ipſam deueniamus) diuidatur baſis b c, ipſius trianguli iſoſcelis a b c, in ſeptem partes inuicem æquales, per antecedens problema primum: & relicta vna ſeptima parte ad vtroſque limites ipſius b c, reliquæ quinque partes intermediæ in baſin ſubrogentur alterius iſoſcelis trianguli, cuius bina latera ipſis a b/ & a c/ lateribus ſint æqualia: ſitque huiuſcemodi triangulum d e f, cuius baſis eſt ipſa e f/ prædictarum 5 partium. Aio itaque primùm, angulum e d f, qui ſub æquis lateribus ipſius trianguli d e f/ comprehenditur, ſubtendere latus heptagoni æquilateri & æquianguli, deſcripti intra circulum eidē triangulo d e f/ circunſcriptum: vtrunque præterea angulum qui ad baſin conſiſtit e f, triplum fore reliqui anguli, qui ſub eiſdem lateribus inuicem æqualibus continetur. *Cōſtructio iſoſcelis, cū quo heptagonū regulare in circulo deſcribit.* Cùm enim duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & contentos ſub æquis lateribus angulos inuicem æquales: baſin quoque baſi habent æqualem, per quartam primi elementorum. Bina rurſum triangula, habentia duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & baſin baſi æqualem: habent verſa vice contentos ſub æquis lateribus angulos inuicem æquales, per octauam ipſius primi elemētorum. *Quatuor inſigniores primi elementorum propoſitiones, à quibus vniuerſum pēdet artificium.* Quoties inſuper duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, angulum verò angulo ſub æquis lateribus contento maiorem: baſis vnius baſi alterius reſpondenter eſt maior, per vigeſimamquartam eiuſdem primi elementorum. Item ſi eadem bina triangula, habuerint duo latera duobus lateribus alternatim æqualia, baſin autem baſi maiorem: è conuerſo angulum ſub æquis lateribus contentum angulo maiorem habebunt, per ipſius primi elementorum vigeſimamquintam. Ex quibus haud difficile colligere eſt, in quibuſlibet duobus triangulis, habentibus duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: ex data baſium magnitudine, proportionatam ſubſequi eorundem angulorum qui ſub æquis continentur lateribus quantitatem, hoc eſt, angulos ipſos *Q. in triāgulis æqualiū laterū, baſes ſubſequuntur rationē angulorū, ſub æquis lateribus contentorum, & è conuerſo.*

basium imitari proportionem, & è diuerso. Cùm igitur præfata isoscelia triangula a b c/& d e f, habeant duo latera duobus lateribus omnibus modis ęqualia,& bases b c/& e f/sint adinuicem inæquales:si vnius trianguli angulus qui sub æquis lateribus continetur,ab alterius trianguli basi denominetur, necessum est & reliquum angulum à reliqua basi respondenter denominari. Tantum enim altera prædictarum inæqualium basium subtensum auget angulum, quantum minuit & reliqua:ob seruatam laterum inuicem æqualium hypothesin. Angulus porrò b a c,subtendit basin b c/partium 7:quæ est latus pentagoni æquilateri & æquianguli,à quinario numero partiũ basis e f/denominati, & in eo circulo descripti,qui ipsi a b c/triangulo circunscribitur,per vndecimam quarti ipsorum elemẽtorum. Angulus igitur e d f,subtendit versa vice latus heptagoni æquilateri & æquianguli, quòd à septenario numero partium basis e f/ denominatur, & in circunscripto eidem



triangulo d e f/deſcribitur circulo: vtpote baſin e f/partiũ 5, qualium ipſa b c/ eſt 7. Nam qualium partium circunferentia circuli eſt 35: talium latus inſcripti pentagoni regularis ſubtendit 7, heptagoni verò latus 5. quinquies enim 7, aut ſepties 5: conficiunt 35. Baſis igitur e f/ipſius trianguli iſoſcelis d e f, eſt latus heptagoni æquilateri & æquianguli, quod in circunſcripto eidem triangulo d e f/ deſcribitur circulo. Quòd autem vterque angulorum, qui ad baſin conſiſtunt e f, ipſius iſoſcelis trianguli d e f, triplus ſit reliqui anguli qui ſub e d f/continetur: ſit per ſeſe manifeſtum. Cùm enim angulus e d f/ſubtendat baſin e f, quæ eſt latus heptagoni æquilateri & æquianguli, in circulo qui ipſi d e f/triangulo circũſcribitur deſcripti: ſubtendit ergo ſeptimam circunferentiæ partem eiuſdem circunſcripti circuli. Reliqui itaque duo anguli d e f/& d f e, qui ſunt ad baſin e f, reliquas ſex partes ſeptimas ſibi vendicabunt: qui cùm ſint æquales adinuicem, per quintam primi elementorum, vterque eorundem æqualium angulorum, tres ſubtendet eiuſdem cirunferentiæ ſeptimas. Et proinde vterque triplus erit reliqui anguli, qui ſub æqualibus lateribus continetur. Quemadmodùm ex ipſa præcedenti licet intueri figura.

Quòd vterque angulus qui ad baſin eiuſdem iſoſcelis eſt triplus reliqui.

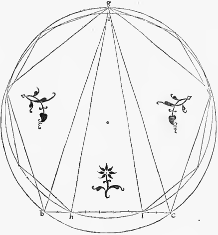
3 ¶Item ſi præfata baſis b c/ eiuſdem iſoſcelis trianguli a b c, in nouem partes inuicem æquales per antecedens problema diuidatur: & relictis vtrinq; binis partibus ad limites ipſius b c, quinq; rurſum intermediæ partes in baſin noui coaptẽtur iſoſcelis, cuius duo latera ipſis a b/& a c/lateribus ſint rurſum æqualia, cuiuſmodi videtur eſſe triangulum g h l, cuius baſis eſt ipſa h l/partium 5, qualium tota b c/eſt 9. Erit eadem baſis h l/latus nonagoni æquilateri & æquianguli, quod in circunſcripto ipſi triangulo g h l / deſcribitur circulo: Et vterque eorum qui ad ipſam baſin h l/ſunt angulorum, quadruplus erit reliqui, qui ſub h g l/ continetur anguli. Per ea enim quæ de reciproca baſium & ſubtẽſorum angulorum talium iſoſceliũ proportione, proxima parte ſunt demõſtrata: neceſſum eſt baſin h l/partium 5, quã ſubtendit angulus h g l/ſub æquis lateribus comprehenſus, fore latus nonagoni æquilateri & æquianguli, à numero partium ipſius baſis b c/denominati, & in eo circulo deſcripti, qui eidem g h l/circunſcribitur triangulo, Quemadmodùm baſis b c/partium 9 ſimilium, quam ſubtendit angulus b a c/ſub æquis itidem lateribus contentus, eſt latus pentagoni regularis

Cõſtructio iſoſcelis, cũ quo nonagonũ regulare in circulo deſcribitur.

Q; baſis ipſius iſoſcelis, eſt latus eiuſdem nonagoni, &c.

quod à partium ipsius basis h l/denominatur numero,& in circulo describitur ipsi triangulo g h l/circunscripto. Qualium enim partium circunferentia circuli est 45: talium latus inscripti pentagoni regularis subtendit 9,& ipsius nonagoni latus 5. nam quinquies 9, vel nonies 5:efficiunt 45.Basis igitur h l,isoscelis trianguli g h l:est latus nonagoni æquilateri & æquianguli, quod in circunscripto describitur circulo. Quòd autem vterque angulorum qui ad basin h l,quadruplus sit reliqui anguli qui sub h g l: fit manifestum. Cùm enim angulus ipse h g l, subtendat basin h l/latus nonagoni æquilateri & æquianguli, & in eo circulo descripti qui ipsi g h l/triangulo circunscribitur: subtendit igitur nonam circunferentiæ eiusdem circuli partem.Reliqui ergo duo anguli,qui ad basin consistunt h l:reliquas octo nonas eiusdem circunferentię partes occupabunt.qui quidem anguli,cùm per quintam primi elementorum æquales sint adinuicem, vterque eorum quatuor nonas præcise

Quòd vterque angulus qui ad basin ipsius isoscelis, quadruplus est reliqui.

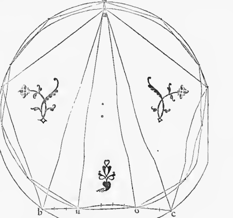


ſubtendet:& proinde quadruplus erit reliqui, qui ſub h g l/contineτur anguli.Vt ex ipſa quæ præcedit,potes elicere figura.

4 ¶Conſequenter ſi eadem baſis b c,præfati iſoſcelis trianguli a b c, in vndecim partes inuicem æquales diuidatur: & relictis ad vtroſque limites ipſius b c/tribus partibus, reliquæ quinque partes intermediæ, fiant baſis iſoſcelis trianguli m n o,cuius latera m n/& m o/ipſis lateribus a b/& a c/ſint rurſum æqualia.Erit propter ſupradictam laterum hypotheſin,baſis ipſa n o,latus vndecagoni regularis,ab vndecim partibus ipſius b c/denominati,& in eo deſcripti circulo,qui eidem triangulo m n o/circunſcribitur: Quemadmodùm baſis b c/trianguli a b c, eſt latus pentagoni itidem regularis, quod in circunſcripto circulo deſcribitur, & à quinque partibus ipſius baſis n o/ verſa vice denominatur. Qualium enim partium circunferentia ipſius circuli eſt 55: talium latus inſcripti pentagoni regularis ſubtendit vndecim,ipſius verò vndecagoni latus quinque. nam quinquies 11, vel vndecies 5: efficiunt 55.

Cõſtructio iſoſcelis, cũ quo undecagonum regulare i circulo deſcribit.

Q. baſis ipſius iſoſcelis, eſt latus eiuſdem undecagoni.



Quòd vterq; angulus qui ad basin eiusdem isoscelis, quintuplus est reliqui.

Vterq; preterea angulorum qui ad basin n o, quintuplus erit reliqui anguli, qui sub n m o, æqualibus ipsius trianguli lateribus continetur. Nam idem angulus n m o/ subtendit latus ipsius vndecagoni regularis, hoc est, æquilateri & æquianguli, in circulo eidem triangulo m n o/ circunscripto descripti: Subtendit igitur vndecimam circunferentiæ partem, eiusdem circunscripti circuli. Et proinde reliqui duo anguli, qui ad basin consistunr n o: reliquas decem vndecimas sibi vendicabunt. Qui anguli cùm æquales sint adinuicem, per quintã primi elemẽtorũ, vterq; 5 subtender vndecimas: & ideo quintuplus erit reliqui anguli, sub equis lateribus cõprehensi. Quemadmodũ ex præcedenti figura colligere haud difficile est.

De cõstructione cæterorum isoscelium, cũ quibus cætera poligona à primis numeris denominata in circulo describuntur.

¶ Haud aliter diuisa basi b c, supradicti trianguli isoscelis a b c, in 5
13 partes inuicem æquales, postea in 15, deinde in 17, & sic cõsequenter, iuxta numeros impares binario continuè se se inuicem excedentes: & subrogatis semper quinque medijs partibus ipsius b c, inter limites b/ & c/ comprehensis, in bases triangulorum isoscelium, quorum latera eisdem lateribus a b/ & a c/ coæquentur: atque circunscriptis eisdem triangulis suo ordine circulis. Erunt ipsorum isoscelium triangulorum bases, præfatas quinque partes intermedias continentes, latera poligonarum & regularium figurarum, à numero partium in quas diuidetur eadem b c / basis denominatarum. Vterque præterea angulorum qui ad basin consistent eorundem isoscelium, totuplex erit reliqui anguli sub æquis lateribus contenti: quotuplex fuerit dimidius numerus partium ipsius b c/ vnitate dẽpta, ad ipsam vnitatẽ relatus. Vtpote, cùm b c/ diuidetur in 13 partes, vterq; prædictorum angulorũ sextuplus erit reliqui: si in quindecim, septuplus: si in 17, octuplus: & sic consequenter. Nam dimidius numerus ipsorũ 13, vnitate dempta, est senarius: & ipsorũ 15, septenarius: ipsorum verò 17, octonarius. Haud alienum habeto iudicium de cæteris imparibus, & in infinitũ crescentibus numeris.

Recollectio generalis supradictorum.

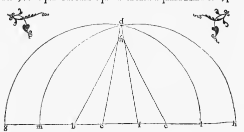
¶ Habes igitur viam perfacilem & certam, construendi isoscelia triangula: quorum vterque eorum qui ad bases consistunt angulorum, totuplus sit reliqui anguli sub æquis lateribus comprehensi, quotuplex fuerit oblatus numerus ipsius vnitatis. Et simul ipsarum regularium & multangularum figurarum, à dato quouis numero denominatarum, latera nota: earum potissimum, quæ in circulis eisdẽ isoscelibus circunscriptis describuntur. Et proinde bonã

ipſius geometriæ partem, hactenus deſideratam.

Notandum.

Qualiter ſuper data linea recta, iſoſcelia datorum laterum triangula deſcribantur.

6 QVòd ſi forſitan ignoraueris, qua ratione eadẽ iſoſcelia triangula, ipſis a b/ & a c/ lateribus dati trianguli a b c/ æqualia ſemper habentia latera, ſuper datis baſibus deſcribantur: id paucis aperire (vt in vniuerſum negocium hoc abſoluamus) non duximus importunum. Eſto igitur datũ iſoſceles triangulum a b c, cuius baſis a c, & in medio ipſius baſis b c/ ſumpta e f: ſuper quam oporteat deſcribere triangulũ itidẽ iſoſceles, cuius duo latera, ipſis a b/ & a c/ ſint æqualia. Producatur ergo b c/ baſis in directũ & cõtinuum ad vtraſque partes, verſus g/ & h, per ſecundũ poſtulatum. Et data recta linea a b/ vel a c, æquales ſecentur e g/ & f h, per tertiam primi elementorum. Centro deinde e, interuallo autem e g, ſemicirculus deſcribatur g d l: centro rurſum f, interuallo autẽ f h, alius deſcribatur ſemicirculus h d m, per tertium poſtulatum. Hi autem ſemicirculi, ſeſe inuicem neceſſariò interſecabunt: cùm ſint in eodem plano, & habeant partes ſemidiametri vtrique ſemicirculo communes. Sit ergo ſectionis punctum d: & connectantur d e/ & d f/ lineę rectæ, per primum poſtulatum. Iſoſceles erit itaq; d e f/ triangulum: & illius latera d e/ & e f, ipſis a b/ & a c/ lateribus omnibus modis æqualia. Nam d e/ ipſi e g, & d f/ ipſi f h, per circuli diffinitionem eſt æqualis. At e g/ & f h, æquales ſunt adinuicem: nempe eidem a b/ vel a c/ æquales, per conſtructionem. Quæ autem eidem, vel æqualibus ſunt æqualia: ea ſunt æqualia adinuicem, per



primam communem sententiam. Latera igitur d e/& d f, tum inuicem, tum ipsis a b/& a c/sunt æqualia. Quod facere oportebat.

Problema 3.

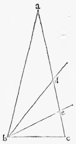
ANgulo rectilineo dato, alterius anguli rectilinei multiplici: ipsum angulū datum in tot æquales angulos discindere, quotuplex is fuerit reliqui.

cùm angulus in partes à numero pariter pari denominatas partiendus est.

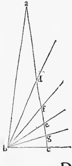
1 ¶ Si datus in primis angulus rectilineus totuplex fuerit reliqui, quotuplex est aliquis pariter parium numerorū ipsius vnitatis, vtpote duplus, quadruplus, octuplus, sedecuplus, &c: diuides ipsum angulum bifariam, & rursum quamlibet eius partem bifariam, per nonam primi elementorum: idque toties obseruabis, quatenus datus ipse multiplex angulorum absoluatur numerus. Cuius rei exēplum dare, inutile prorsus iudicamus.

vbi angulus in partes à numero primo, uel impariter pari denominatas, diuidendus offertur.

2 ¶ At si datus angulus rectilineus tam multiplex fuerit reliqui, quàm multiplex est aliquis primorum, vel impariter parium numerorum ipsius vnitatis, vtpote triplus, quinruplus, sextuplus, septuplus, nocuplus, &c: sic facito. Esto verbi gratia in a b c/triangulo isoscele, datus angulus a b c/qui ad basin b c, triplus ipsius anguli qui ad a: quem oporteat in tres angulos inuicem æquales diuidere. Ad datum itaque latus a b, atque ad illius pūctum b, dato angulo rectilineo qui ad a: æqualis angulus rectilineus constituatur a b d, per vigesimātertiam primi elemētorum. Et rursum per eandē vigesimamtertiam primi elementorum, ad datam rectam lineam d b, atque ad eius punctum b: eidem angulo qui ad a, æqualis angulus rectilineus constituatur d b e. Cùm igitur totus angulus qui sub a b/& b c/continetur, ter per hypothesin comprehendat angulum qui ad a, & a b e/angulus bis per constructionē eundem angulum qui ad a/comprehendat: reliquus igitur angulus e b c, eidem angulo qui



ad a/ refpondenter æquabitur. Tres igitur anguli qui fub a b d/ d b e/& e b c/cõtinentur,æquales funt adinuicem,per primã communem fententiam.Poterit & angulus d b c(conftituto in primis a b d/angulo) bifariam diuidi, per nonam ipfius primi elementorum:quæ vnà cum ipfa vigefimatertia, nonnunquam erit fubroganda. Angulus igitur a b c,in tres angulos tum inuicem, tum ei qui ad a/continetur æquales,diuifus eft.



3 ¶ Quòd fi idem angulus a b c,fuerit quintuplus eiufdem anguli qui ad a:conftituendus erit in primis ad latus a b,atque ad eius punctum b,angulus a b d,ei qui ad a/æqualis,per ipfam vigefimamtertiam primi elementorum:dein reliquus angulus d b c/bifariam,ac rurfum quilibet reliquorum angulorum bifariam diuidendus, per nonam ipfius primi elementorum.Vt ex ipfa potes elicere figura. Haud aliter datos quofcunque rectilineos angulos,alterius cuiufcunque anguli multiplices,nunc per folam vigefimamtertiam,aut vnà cum nona eiufdem primi elementorum, diuidere poteris. Quod facere oportebat.

Aliud exemplum,ubi datus angulus in quinq; angulos inuicem æquales diuidi iubetur.

Problema 4.

IN dato circulo,poligonum æquilaterum & æquiangulum,à dato quouis numero denominatum, confequenter defcribere.

1 ¶ Confiderandum in primis, an numerus laterum oblati poligoni fuerit pariter par:cuiufmodi eft numerus laterum octogoni, & fedecagoni. Tunc enim in dato circulo defcribendum eft quadratum, per fextam quarti elementorum. Quælibet inde quarta circunferentiæ pars bifariam diuidenda eft, & rurfum pars quælibet bifariam,per trigefimam tertij ipforum elementorum:idque deinceps quãtumlibet obferuãdum,donec propofitus æqualiũ arcuum

Cùm datũ polygonum à numero pariter par fuerit denominatum.

eiusdem circunferentiæ pariter par insurgat numerus, ipsi numero laterum vel angulorũ oblati poligoni æqualis. Connectendæ tandem sunt singulæ lineæ rectæ, inter quælibet duo proxima diuisionum puncta subtensæ, per primũ postulatũ: quæ per secundã tertij eorundem elementorum cadent intra circulum, eruntque inuicem æquales per vigesimamnonam ipsius tertij, vtpote quę sub æqualibus eiusdẽ circũferentię subtendentur arcubus. Et proinde æquilaterum erit ipsum poligonum, & in dato circulo, per tertiam diffinitionem quarti prædictorum elemẽtorum descriptum. Aequiangulũ erit insuper idem poligonũ, in dato circulo hoc modo descriptum. nam ipsius poligoni quilibet anguli sub æqualibus eiusdem circunferentiæ itidem subtendentur arcubus, & omnes propterea eiusdem poligoni anguli ęquales erũt ad inuicem, per vigesimamseptimã eiusdẽ tertij elementorũ. ¶ Quemadmodũm ex sequenti, & in exemplũ adiuncta, potes elicere figura. In primis enim in dato circulo a b c d describitur quadratum: & huius quadrati adminiculo, figuratur octogonum. postmodũm eodem octogono mediãte, consurgit tandem sedecagonum æquilaterum & æquiangulum, in dato circulo a b c d, per eas quas nuper allegauimus propositiones

Exemplum.



Figura descriptionis poligonorum regularium, à pariter pari numero denominatorum.

descriptum. Nec alienum velim habeas iudicium, de similibus quibuscunq; oblatis poligonis, à quouis pariter pari numero denominatis, & in dato circulo respondenter delineandis.

2 ¶ At si datum poligonum, à primo quopiam denominetur numero, qui nullam scilicet quotam habet partem, præter vnitatem: figurandum est in primis triangulum isosceles, cuius vnusquisque angulus qui ad basin totuplex sit reliqui, quotuplex est dimidius numerus laterum ipsius oblati poligoni (vnitate dempta) ad ipsam relatus vnitatem, per antecedentis secundi problematis traditionem. Huic postmodùm triangulo, æquiangulum triangulum in dato describendum est circulo, per secundam quarti elementorum. Diuidendus est consequenter vterque angulus qui ad basin eiusdem inscripti trianguli, in tot angulos inuicem æquales, quotuplex is fuerit reliqui, per antecedens problema tertium: productis vsque ad circunferentiam, ipsius circuli lineis rectis angulos ipsos subdiuidētibus. Tandē cōnectenda sunt ipsius poligoni latera, singulos angulos & arcus inuicē æquales subtendentia, per primū postulatum. Hoc enim artificio, descriptum erit in dato circulo oblatum poligonum æquilaterum & æquiangulum. Nam singuli arcus, singulos æquales angulos qui ad circunferentiam subtendentes, erunt inuicem æquales, per vigesimam sextam tertij elementorum: & proinde singula latera eosdem æquales angulos subtendentia inuicem respondenter æqualia, per vigesimamnonam ipsius tertij. Singuli rursum eiusdem poligoni anguli, sub æqualibus demum subtendentur arcubus: quapropter illi inuicem erunt æquales, per vigesimamseptimam eiusdem tertij elementorum. Quemadmodū vndecima quarti eorundē elementorū, de pētagono præostendimus. ¶ In exemplum eorum quæ diximus, geminas subiecimus figuras. In quarum prima, heptagonū æquilaterum & æquiangulū in dato circulo describitur: mediante videlicet isoscele triangulo e f g, cuius vnusquisq; eorū qui ad basin f g/sunt angulorum, triplus est reliqui, qui sub f e g/cōtinetur anguli. In secunda porrò figura vndecagonum æquilaterū partiter & æquiangulum, in oblato describitur circulo: adminiculo scilicet isoscelis trianguli h l m, cuius vterq; angulus qui ad basin l m, quintuplus est reliqui, qui sub l h m/continetur anguli. Idē respondenter facito de cæteris quibuscunq; poligonis, à quouis alio primo numero denominatis.

Vbi datum poligonum, à numero primo denominatur.

Exemplum.

Figura descriptionis heptagoni regularis in dato circulo.

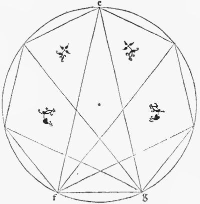
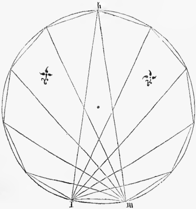


Figura descriptionis undecagoni regularis, in dato circulo.



3 ¶Quòd si datum poligonum, ab impariter pari numero fuerit denominatum: poterit eius inscriptio, in hunc, qui sequitur modum vtcunq; facilitari. Describatur in primis in oblato circulo, poligonum æquilaterum & æquiangulum, à dimidio & impari numero laterum ipsius poligoni denominatum: per secundam huiusce problematis partem. Quælibet deinde subtensa à lateribus huius poligoni circunferentiæ pars, bifariam diuidatur, per trigesimam tertij elementorum. Nam connexis tandem per singulas proximas diuisiones lineis rectis, propositum in dato circulo descriptum erit poligonū: quod per eas, quas nunc citauimus, tertij elementorum propositiones, æquilaterum erit & æquiangulum. ¶Quemadmodùm ex succedentibus, & in exemplū adiunctis, licet deprehendere figuris. In quarum prima, decagonum æquilaterum & æquiangulum, in dato describitur circulo: adminiculo scilicet prius descripti pentagoni a b c d e. In secunda verò figura, dodecagonum æquilaterum similiter & æquiangulum, in oblato describitur circulo: mediante videlicet prius descripto f g h l m n/hexagono.

Inscriptio poligoni, à numero pariter pari denominati.

Exemplum.

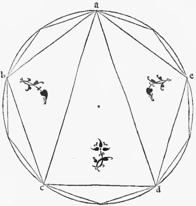
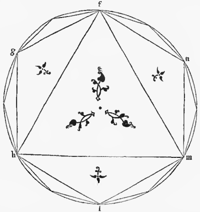


Figura descriptionis decagoni æquilateri & æquianguli in dato circulo.

Secunda figura de decagoni regularis in circulo descriptione.



Alia hexagoni intra circulũ descriptio.

¶Quanquã porrò ipſum hexagonũ æquilaterũ & æquiangulum, decimaquinta quarti elemẽtorũ alia ratione deſcribatur: poteſt nihilominus idem hexagonum f g h l m n, deſcripto prius æquilatero & æquiangulo triangulo f h m, per ſecundã quarti eorundẽ elementorum, in oblato deſcribi circulo. Sed ex ipſius deſcriptionis, quæ eadẽ decimaquinta quarti traditur, demonſtratione: hoc vtile admodũ elicitur corollarium. Quòd ſcilicet hexagoni latus, ei quę ex centro circuli (in quo ipſum deſcribitur hexagonũ) eſt æquale.

Corollarium 1.

CIrcunferentia itaq; dati cuiuſcunq; circuli, in quotcunq; partes inuicem æquales vel facilè diuidetur: quod hactenus fuerat deſideratum.

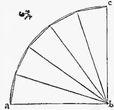
¶Cùm enim poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum, hoc eſt, à libero quouis laterũ vel angulorũ numero denominatũ, in dato circulo per antecedẽtia ꝓblemata deſcribatur: & cuiuſlibet

poligoni latera inuicem æqualia, æquales circunferentiæ eius circuli in quo describitur subtendant arcus, per vigesimamoctauam tertij elemētorum. Corollarium ipsum, vtile admodùm, hactenúsque desyderatum, fit in promptu manifestum: quòd videlicet circunferentia dati cuiuslibet circuli, in quotcunque partes inuicem æquales diuidi vel facilè possit.

Corollarium 2.

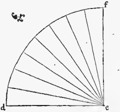
ANgulus præterea rectus, in quotlibet partes inuicem pariter æquales, consequenter diuisibilis erit.

1 ¶Cùm enim circuli quadrās, rectū cōtineat & metiatur angulum, & quatuor sint in circulo quadrantes: si propositus igitur partium numerus, in quot ipse rectus angulus proponetur diuidendus, per quatuor multiplicetur, & à producto numero denominati poligoni æquilateri & æquiāguli, & in eo circulo descripti, cuius quadrās rectum ipsum capit angulū, per antecedentia problemata latus inueniatur: & toties eidem quadranti per primā quarti elementorum coaptetur, quotus est subquadruplus laterū vel angulorū eiusdem poligoni numerus, & à centro quadrantis siue anguli recti vertice, per singulas ipsius quadrātis siue laterum distinctiones, rectæ educātur lineæ: Idē angulus rectus, iuxta datū partium inuicem æqualium numerum tandem diuidetur. ¶Vtpote, si datum angulum rectum a b c, in quinque partes inuicem æquales diuidi iubeatur: qua druplabis quinque, fient 20. Dico quòd latus poligoni æquilateri & æquianguli, 20 latera & angulos habētis, & in eo circulo descripti, cuius quadrans fuerit arcus a c: quinquies subtendetur in ipso quadrante a c. Coaptetur igitur latus ipsum, per antecedentia problemata repertū, quinquies à puncto a/versus c, per ipsam primā quarti elementorū: & à pūcto b/per singula distinctionū puncta, rectæ producantur lineæ. *Exemplum secundi corollarij.*



Hoc enim modo, datus angulus rectus a b c, in quinq; angulos acutos inuicē æquales, per vigesimamseptimā tertij eorundē elemētorū, diuidetur. ¶ Verùm si datus angulus rectus, in partes quotlibet à numero pariter pari denominatas diuidi iubeatur: id multò leuius absolui poterit. Descripto enim circa ipsius anguli verticē, ad alterutrius linearū rectarum ipsum angulū rectum cōtinentium interuallum, quadrante circuli: si quadrans ipse bifariam diuidatur, ac rursum quælibet eius pars bifariā, per trigesimam tertij elementorū, idque toties cōtinuetur, quatenus datus partiū pariter par absoluatur numerus, & ex cētro demū quadrātis per singulas ipsius diuisiones singulæ producātur lineæ rectæ: Ipse angulus rectus, in tot acutos & inuicem æquales angulos diuidetur, quotus fuerit ipse pariter par oblatarū partiū numerus. Quēadmodū ex obiecto angulo recto d e f, in octo acutos & inuicē æquales angulos, suprascripto modo distributo: colligere vel facilè potes. 2

De angulo recto, in partes à pariter pari numero denominatas diuidendo.



Corollarium 3.

Ratio insuper ànguli cuiuslibet poligoni æquilateri & æquianguli, ad ipsum angulum rectum, fit pendenter manifesta.

¶ Angulus enim dati cuiuslibet poligoni æquilateri & æquianguli, tot complectitur angulos rectilineos, ei qui sub vno laterum ad circunferentiam subtenditur ęquales: quotus est laterum ipsius poligoni numerus, duobus tantùm exceptis, nempe ijs lateribus, quæ datū ipsum poligoni continent angulum. Rectus porrò angulus, ad circunferentiā itidem relatus: dimidiā circūferentiam eius circuli, in quo describitur, subtendit. Sicut autem subtensa circunferentiæ pars, ad subtensam partem: sic & angulus, ad angulum. Partes itaq; à cuiuslibet poligoni angulo subtensæ, ad partes anguli recti similes, sub certam numerorum rationem reducere non est difficile. 1

Qualiter angulus dati poligoni, & angulus rectus, sub certam redigantur mensuram.

2 ¶ Nam si datum poligonum ab impari denominetur numero, is numerus duplãdus erit: dein cõsiderandum, quot partes à duplato numero denominatas capiat eiusdẽ poligoni angulus. quam enim rationẽ habebũt illæ partes, ad dimidiũ similium partiũ totius ambitus numerum (qui recto debetur angulo) talem rationẽ habebit angulus ipsius poligoni, ad angulũ rectum. Proponarur in exemplum pentagonũ, à quinario numero denominatum. Dupla igitur quinq;, fient 10. Qualiũ igitur partiũ tota circũferẽtia est 10, talium angulus pẽtagoni subtendit 6, & angulus rectus 5. Angulus igitur pentagoni, ad angulum rectum eam habet rarionem, quam 6 ad 5. *De angulo poligoni, ab impari numero denominati.* *Exemplum.*

3 ¶ At si poligonum ipsum, à pari denominetur numero: ipsę partes ab eodẽ poligoni angulo comprehensæ, dimidio similium partium totius circũferentiæ numero comparandæ sunt. Qualem enim rationem habebũt ipsæ partes, ad eundẽ dimidium numerum: talem habebit angulus poligoni, ad angulum rectum. Vt in hexagono à senario nnmero denominato, qualium partium tota circũferentia est 6, talium angulus ipsius hexagoni subtendit 4: angulus verò rectus ad circunferentiam relatus, 3. Habet igitur angulus hexagoni, ad angulum rectum eam rationem, quam 4 ad 3. De similibus idem respondenter habetur iudicium. Quemadmodùm subscripta, & in maiorem prædictorũ elucidationem adiũcta, cõplectitur formula. *De angulo poligoni à pari numero denominati.* *Exemplum.*

Pentagoni		$\frac{3}{5}$		6, ad 5.
Hexagoni		$\frac{4}{6}$, vel $\frac{2}{3}$		8, ad 6: vel 4, ad 3.
Heptagoni		$\frac{5}{7}$		10, ad 7.
Octogoni	angulus,	$\frac{6}{8}$, vel $\frac{3}{4}$	Et se ha	6, ad 4: vel 3, ad 2.
Nonagoni	subtẽdit	$\frac{7}{9}$	bet ad	14, ad 9.
Decagoni	circunfe	$\frac{8}{10}$, vel $\frac{4}{5}$	angulũ	16, ad 10: vel 8, ad 5.
Vndecagoni	rentiæ	$\frac{9}{11}$	rectum,	18, ad 11.
Dodecagoni	circuli.	$\frac{10}{12}$, vel $\frac{5}{6}$	vt	10, ad 6: vel 5, ad 3.
Tredecagoni		$\frac{11}{13}$		22, ad 13.
Quartidecagoni		$\frac{12}{14}$, vel $\frac{6}{7}$		24, ad 14: vel 12, ad 7.
Quintidecagoni		$\frac{13}{15}$		26, ad 15.
Sedecagoni		$\frac{14}{16}$, vel $\frac{7}{8}$		28, ad 16: vel 14, ad 8.

Et sic consequenter de cæteris poligonorum angulis, continuato numeratorum atque denominatorum earundem partium ordine: iuxta naturalem numerorum, & ab illis denominatorum poligonorum successionem, quæ nunquam finem consequi videtur.

Corollarium 4.

ANguli rurſum cuiuſlibet æquilateri & æquiangulipoligoni,à primo, vel impariter pari numero denominati: ad illius iſoſcelis angulum, cum quo ipſum deſcribitur poligonum, ratio tandem dignoſcetur.

De angulo poligoni à primo numero denominati.

¶ De angulo iſoſcelis velim intelligas, qui ad illius baſin conſiſtit. 1
In primis igitur, angulus oblati poligoni ab aliquo primorum numerorum denominati, bis capit angulum qui ad baſin proprij iſoſcelis cum quo ipſum deſcribitur poligonum, vno tantùm angulo minus, ei qui ſub æquis eiuſdem iſoſcelis continetur lateribus æquali. Vt in heptagono fit manifeſtum. Clarum eſt enim ex ſupra dictis, angulum ipſius heptagoni ſubtendere partes quinq;, qualium tota circũferentia eſt ſeptẽ. Sed qualium tota circũferentia eſt 7, taliũ angulus qui ad baſin iſoſcelis, cũ quo ipſum deſcribitur heptagonum, eſt trium, cùm ſit triplus ad reliquũ, qui ſub ęquis eiuſdem iſoſcelis lateribus cõtinetur. Angulus igitur heptagoni, ad angulũ qui ad baſin ſui iſoſcelis, ſe habet vt 5 ad 3. Idem reſpondẽter intelligito, de cæteris poligonis à primo quouis numero denominatis.

Exemplum.

	duplus,		*dimidium.*
	triplus,		*duo tertia.*
	quadruplus,		*tria quarta.*
	quintuplus,		*quatuor quinta.*
	ſextuplus,		*quinque ſexta.*
	ſeptuplus,		*ſex ſeptima.*
	octuplus,		*ſeptem octaua.*
Cùm igitur vterque angulus qui ad baſin iſoſcelis, reliqui anguli fuerit	*nocuplus,*	*Angulus poligoni capiet ſemel eum qui ad baſin, atque eiuſdem anguli*	*octo nona.*
	decuplus,		*nouem decima.*
	vndecuplus,		*decem vndecima.*
	dodecuplus,		*vndecim duodecima.*
	tredecuplus,		*duodecim decimatertia.*
	quartidecuplus,		*tredecim decimaquarta.*
	quintidecuplus,		*quatuordecim quindecima.*
	ſedecuplus,		*quindecim, ſedecima.*

Et deinceps ita quantumlibet,ipsorũ isoscelium triangulorũ,atq; circunscriptorũ poligonorũ ordinẽ continuando, pro crescente in infinitum numerorũ multitudine. Nam quemadmodũ in numeris nunquã peruenitur ad numerũ maximũ, vtpote, qui per cõtinuam vnitatis additionẽ in infinitũ augmentantur: sic nunquam dabitur regulare aut irregulare poligonum, à maxima laterum multitudine denominatum. Et proinde antecedens formula, quantumuis pro numerorum ordine continuata, nunquam finem adipiscetur.

2 ¶ Angulus autem poligoni æquilateri & æquianguli, ab impariter pari numero denominati (qui scilicet in duos impares, & inuicem æquales numeros immediatè diuiditur) continet semel angulum poligoni, quod à dimidio & impari denominatur numero: & totam insuper eiusdem anguli partem, quotus est ipse dimidius numerus binario dempto. Poligoni verò angulus, quod ab ipso dimidio numero denominatur, continet bis angulum qui ad basin sui isoscelis, cum quo idem poligonum describitur, vno tantum angulo minus, ei qui sub æquis eiusdẽ isoscelis lateribus cõtinetur angulo æquali: vti nuper declarauimus. Hinc fit, vt angulus ipsius poligoni ab impariter pari numero denominati, ad angulũ qui ad basin eiusdem isoscelis, cum quo describitur ipsum poligonum à dimidio numero denominatum, duplam rationem semper obseruet (quod scitu dignum est) ex præfatis rationibus indifferenter resultantem. Exempli gratia, angulus decagoni æquilateri & æquianguli, continet angulum pentagoni (quod à dimidio ipsius denarij numero denominatur) cum quo iuxta tertiæ partis antecedẽtis problematis traditionẽ in eodem circulo describitur: & tertiam insuper eiusdem anguli partem. Angulus porrò ipsius pentagoni, capit semel eum angulũ qui ad basin sui isoscelis: & dimidiã insuper eiusdem anguli partẽ, hoc est, bis eum qui ad basin, dempto reliquo qui sub æquis lateribus cõtinetur, angulo. Qualiũ igitur partium tota circũferentia circuli est 10: taliũ angulus decagoni est 8, ipsius verò pentagoni 6, & is qui ad basin isoscelis 4. Atqui 8 ad 6 habẽt rationẽ sesquitertiam, & 6 ad 4 sesqualterã: ex quibus dupla ratio componitur. Habet igitur angulus decagoni, ad angulũ sui pentagoni rationem sesquitertiam: ad angulũ verò qui ad basin isoscelis pẽtagoni duplam. Idem respondẽter in cæteris poligonis, à quouis impariter pari numero denominatis, deducere haud difficile est.

De angulo poligoni, ab impariter pari numero denominati.

Exemplum.

	10,		*pentagoni,*		*tertiam.*	
	14,		*heptagoni,*		*quintam.*	
	18,		*nonagoni,*		*ſeptimam.*	
Angulus	22,	*ſemel*	*vndecagoni,*	Et	*nonam.*	*Bis au-*
itaq; po	26,	*con-*	*tredecagoni,*	*par-*	*vndecimam.*	*tem an-*
ligoni ha	30,	*tinet*	*quintidecagoni,*	*tem*	*tredecimam.*	*gulum*
bentis la	34,	*angu*	*ſeptemdecagoni,*	*eius*	*quindecimam.*	*proprij*
tera	38,	*lum*	*nouemdecagoni,*		*decimāſeptimā.*	*iſoſcelis.*
	42,		*vndeuigecagoni,*		*decimamnonam.*	
	46,		*tredeuigecagoni,*		*vndeuigeſimam.*	
	50,		*quintiuigecagoni,*		*tredeuigeſimā.*	

Et conſequenter ita de cæteris, ab impariter paribus numeris denominatis,& in infinitum progredientibus poligonis.

Problema 5.

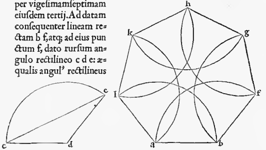
SVper data linea recta terminata,poligonum quoduis æquilaterũ & æquiangulum deſcribere.

¶Sit data linea recta terminata a b, ſuper quam oporteat poligonum aliquod, vtpote,heptagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere:hoc eſt,ipſam lineam rectam a b/in latus eiuſdẽ coaſſumere ſiue coaptare poligoni. Suſcipiatur igitur ex altero duorum antecedẽtum corollariorum, ipſius heptagoni angulus:ſitque c d e, ſub duabus lineis rectis c d/& d e,inuicem atque ipſi a b/ęqualibus comprehenſus. Et centro d,interuallo autem d c/vel d e,circuli deſcribatur arcus c e, per tertium poſtulatum:cui ſubtendatur chorda,ſiue recta c e. Dato poſtmodùm angulo rectilineo c d e,ad datam rectam lineam a b,atque ad eius punctum b, æqualis angulus rectilineus conſtituatur a b f, per vigeſimamtertiam primi elementorum:ſub a b/quidem & b f/lineis rectis, tum inuicem, tum ipſis c d/& d e/æqualibus comprehenſus. Deſcribetur autem a b f/angulus,ipſi c d e/angulo æqualis:vbi circa b/cẽtrum,ad interuallum autẽ ipſius a b/aut b f, arcum a f/ipſi c e/æqualem,per ſubtẽſam rectam a f/ipſi c e/rectæ itidẽ æqualem delineauetis. Aequales enim rectæ in circulis æqualibus, æquales

Angulus deſcribendi poligoni, præparandus.

Qualiter eodẽ angulo mediante, ipſum deſcribatur poligonum.

auferunt arcus, per vigesimamoctauam tertij elementorum: & æquales arcus in circulis æqualibus, æquales subtendunt angulos, per vigesimamseptimam eiusdem tertij. Ad datam consequenter lineam rectam b f, atq; ad eius punctum f, dato rursum angulo rectilineo c d e: æqualis angul' rectilineus



constituatur b f g, per eandem vigesimamtertiam primi elementorum, qui sub b f/& f g/ lineis rectis, tum inuicem, tum eisdem a b/c d/& d e/ æqualibus contineatur. Idque circumeundo toties obseruetur: donec ipsum a b f g h k l/compleatur heptagonum, & vltimus eiusdem poligoni angulus sub l a/& a b/lateribus tandem comprehendatur. Aequilaterum erit itaque, descriptum in hunc modum heptagonum. singula enim ipsius heptagoni latera, tum ipsi a b, tum eisdem c d/& d e/sunt æqualia: & proinde æqualia adinuicem, per primam communem sententiam. Aio demum, quòd & æquiangulum est idem heptagonum: nam singuli eius anguli, eidem angulo c d e/sunt per constructionem æquales, & æquales propterea adinuicem, per eandem primam communem sententiam. Super data igitur linea recta terminata a b, heptagonum æquilaterum & æquiangulum descripsimus: Quod faciendũ susceperamus.

Quòd descriptum poligonum sit æquilaterũ, & æquiangulum.

Haud aliter cætera quæuis data poligona, super quacunq; linea recta itidem terminata, per proprios eorundẽ angulos descrĩbetur.

Problema 6.

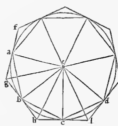
CIrca datum circulum, poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum describere.

¶ Quanquam ex ijs, quæ duodecima, decimatertia, & decimaquarta propositione libri quarti elementorum, de pentagono traditimus, coadiuuante hac vniuersali & per nos inuenta poligonorum omnium in circulo descriptione: cæterorum poligonorũ circa datum circulum, atq; circuli tam intra, quàm circa datũ poligonum descriptiones, colligi vel facilè possint. Vt tamen hoc negotium in vniuersum absoluamus: nouas, ac longè clariores (quas recèns excogitauimus) inscribendi ac circunscribendi placuit annectere demonstrationes. ¶ Esto igitur in exemplũ vniuersale propositum, describere heptagonũ æquilaterum & æquiangulum, circa datum circulum a b c d, cuius centrum sit e. Describatur itaque primùm in ipso a b c d/circulo, heptagonum æquilaterum & ęquiangulum a b c d, per antecedens problema quartum. Connectantur deinde e a, e b, e c, e d, & reliqui eiusdem circuli semidiametri, per primum postulatum. A punctis consequenter a, b, c, d, atque reliquis semidiametrorum limitibus, rectæ quædam lineæ ad rectos vtrinque excitētur angulos, per vndecimam primi elemētorum: cuiusmodi sunt a f/& a g, b g/& b h, c h/& c l. In directum itaq; constituentur singulæ binæ lineæ rectæ, ab vnoquoque semidiametrorum limite prodeuntes, per decimamquartam ipsius primi elementorum, veluti sunt f g, g h, & h l: tangéntque in eisdem punctis, hoc est, semidiametrorum limitibus, eundem circulum datũ, per corollarium decimæsextæ tertij eorundem elemētorum. Conuenient præterea lineæ ipsæ ad vtrasque partes in directum productæ, per quintum postulatum: vtpote, f g/& g h/in punctum g, g h/& h l/in pũctum h, & reliquæ deinceps suo ordine. Nam singula inscripti poligoni latera, singulos diuidunt angulos rectos: efficiúntque extra idem poligonum, binos interiores & ad easdem partes omnifariam occurrentes angulos, duobus rectis minores. Heptagonum est igitur ipsum f g h l/poligonũ: & circa datum a b c d/circulum, per quartam diffinitionem quarti eorundem elementorum descriptum.

Heptagoni in exemplũ descriptio, circa datum circulum.

¶ Reliquum est, demonstrare quòd idem heptagonum sit æquilaterum & æquiangulum. Connectantur igitur, e g, e h, & e l: & reliquæ similes lineæ rectæ, per primũ postulatum. Cùm igitur e a, ipsi e b, per circuli diffinitionem sit æqualis, isosceles est a e b/triangulum: & angulus propterea e a b, angulo e b a, per quintã primi elementorum æqualis. Atqui rectus e a g, recto e b g, per quartum

Quòd huiusce modi heptagonũ, sit æquilaterum.



æquatur poſtulatum. Reliquus igitur angulus g a b, reliquo g b a, per tertiam communem ſententiam eſt æqualis. Et latus propterea a g, lateri g b, per ſextam ipſius primi elementorum coæquatur. Similiter oſtēdetur, quòd b h/ipſi h c, & c l/ ipſi l d: & reliquę deinceps, reliquis ſunt æquales. Item quoniam a e/ ipſi e b/eſt æqualis, & e g/ vtrique communis, baſis quoque a g/ baſi g b/æqualis: angulus igitur a e g, angulo g e b, per octauam eiuſdem primi elementorum eſt æqualis. Vterque propterea dimidius eſt ipſius anguli a e b. Haud aliter oſtendetur, vterq; angulus b e h/ & h e c, dimidius anguli b e c: & conſequenrer in hunc modum de cæteris. Anguli porrò a e b/& b e c, æquales ſunt adinuicem, per vigeſimamſeptimam tertij eorundem elementorum: ſub æqualibus enim deducũtur arcubus. Quæ autem eiuſdem, vel æqualium ſunt dimidium, ea ſunt æqualia adinuicem, per ſeptimam communem ſententiam: æqualis eſt igitur angulus b e g, angulo b e h. Rectus præterea e b g/recto e b h, per quartum æquatur poſtulatum. Bina ergo triangula b e g/ & b e h, habenr duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri, & latus e b/ vtrique commune, quod æquis adiacet angulis: reliqua igitur latera, reliquis lateribus habebūt æqualia alterum alteri, per vigeſimamſextā primi elementorum. Aequalis eſt igitur b g, ipſi b h: & tota proinde g h, ipſius b h/dupla eſt. Similiter demonſtrabitur h l, ipſius c h/dupla. Quæ autē eiuſdem vel ęqualium duplicia ſunt, adinuicem ſunt æqualia, per ſextam communem ſententiam: æqualis eſt igitur g h, ipſi h l. Eodē prorſus modo cōuincentur reliqua ipſius heptagoni latera, diuidi bifariam: & tum inuicem, tum vtrique ipſarum g h/ & h l/ fore æqualia. Aequilaterum eſt itaque, ipſum f g h l/heptagonum.

¶ Aio demũ, quòd & æquiangulum. Oſtenſum eſt enim a g/ ipſi g b, & b h/ ipſi h c, necnon g b/ ipſi b h coæquari: quatuor igitur a g, g b, b h, & h c, æquales ſunt adinuicē. Bina ergo triangula a g b/ & b h c, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, atque baſin a b/ baſi b c/ æqualem (ſunt enim latera inſcripti *Quòd idē heptagonum eſt æquiangulũ.*

heptagoni æquilateri & æquianguli) angulus igitur a g b, angulo b h c, per octauam ipſius primi eſt æqualis. Haud diſſimiliter oſtendentur reliqui eiuſdem heptagoni anguli, tum inuicem, tum vtriq; ipſorũ a g b/& b h c/reſpondenter coæquari. Aequiangulum eſt igitur ipſum f g h l/heptagonum. Patuit quòd æquilaterum, & circa datum a b c d/circulum deſcriptum. Quod oportuit feciſſe.

Eodem modo cætera poligona, eidem circunſcribentur circulo.

Problema 7.

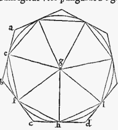
IN dato quouis poligono æquilatero & æquiangulo, circulum verſa vice deſcribere.

Quæ requirantur ad circuli deſcriptionem in dato poligono.

¶ Cùm datus circulus, in oblato quouis poligono æquilatero & æquiangulo proponitur deſcribendus: operæpretium eſt inuenire tot lineas rectas inuicem æquales, & ab vno puncto medio ſimul procedentes, atque in ſingula poligoni latera ad rectos incidentes angulos, quot fuerint ipſius dati poligoni latera.

Circuli in heptagono, in aliorum exemplum deſcriptio.

Sit igitur verbi gratia datum heptagonũ æquilaterũ & æquiangulum a b c d, in quo expediat circulum deſcribere. Secetur in primis vtrunq; latus a b/& b c/bifariam, per decimam primi elementorum: in punctis quidẽ e/& f. Et ab ipſis punctis e/& f, ad angulos rectos ſuſcitẽtur e g/& f g, per vndecimã ipſius primi: & connectatur e f, per primum poſtulatum. Cùm igitur vterq; angulus b e g/& g f b/ſit rectus, erunt interiores & ad eaſdem partes anguli e f g/& g e f, binis rectis minores: conuenient igitur ipſæ e g/& f g/ in directũ productæ, per quintũ poſtulatum. Cõueniant itaq; ad punctum g. Et diuidãtur reliqua eiuſdẽ pentagoni latera bifariam, per eandẽ decimam primi elementorũ: vtpote c d/ in puncto h, & d l/ in puncto l, & ſic de reliquis ſuo ordine. Connectãtur demum g h/



& g l, & reliquæ deinceps similes lineæ rectæ, per primũ postulatũ.

¶ His ita cõstructis, quoniam recta e b/ rectæ b f/ est æqualis (sunt enim æqualium, hoc est, ipsarum a b/ & b c/ dimidium) æqualis est angulus b e f, angulo b f e, per quintã primi elementorũ. Et proinde angulus c f h, angulo c h f/ itidem æqualis. Atqui rectus angulus b e g, recto g f b, per quartum æquatur postulatum: reliquus igitur e f g, reliquo g e f, per tertiam communem sententiam est æqualis. Et latus consequenter e g, lateri g f, per sextam eiusdem primi erit æquale. Insuper, quoniam bina latera e b/ & b f/ trianguli b e f, sunt æqualia duobus lateribus f c/ & c h/ trianguli c f h, alterum alteri, & angulus qui ad b/ angulo qui ad c/ per hypothesin æqualis: Basis igitur e f, basi f h/ est æqualis, atque reliqui anguli reliquis angulis æquales, sub quibus æqualia subtẽduntur latera, per quartam eiusdem primi elementorum. Vterque igitur angulus b e f/ & e f b, vtrique c f h/ & f h c/ est æqualis. Et quoniam rectus b f g, recto g f c/ est æqualis: subductis æqualibus angulis b f e/ & c f h, reliquus e f g, reliquo g f h, per tertiam communem sententiam erit æqualis. Duo itaq; triangula e f g/ & g f h, habent duo latera e f/ & f g, duobus lateribus g f/ & f h/ æqualia alterum alteri: & contentos sub æqualibus lateribus angulos, inuicem æquales. Basis igitur e g, basi g h, per eandem quartam primi elementorum est æqualis: & reliquus angulus f e g, reliquo g h f/ æqualis. Quibus si æquales addantur anguli b e f/ & f h c: consurget angulus b e g, angulo g h c, per secundam communem sententiam æqualis. Angulus porrò b e g, rectus est per constructionem: & g h c/ igitur angulus itidem rectus erit. & proinde reliquus angulus g h d/ rectus, per decimam tertiam eiusdem primi elementorum. Rursum, quoniam e g, ipsi g f/ ostensa est æqualis: binæ igitur f g/ & g h, eidem e g/ sunt æquales, & propterea æquales adinuicem. Haud dissimiliter ostendetur, vnusquisque angulorum qui circa l, & reliqua similia puncta, rectus: atque g l/ ipsi f g/ æqualis, & reliquæ demum ex eodem puncto g/ prodeuntes, tum inuicem, tum ipsis e g/ g f/ & g h/ coæquari.

Quæ lineæ ex pũcto g, in media laterũ pũcta incidẽtes, sunt adinucẽ æquales.

¶ Centro itaq; g, interuallo autem g e, vel alterius cuiusuis æqualium, circulus describatur e f h l, per tertium postulatum. Trãsibit ergo ipsius circuli peripheria per singula puncta e, f, h, l, atque reliquorũ semidiamerrorũ eiusdem circuli limites. Qui quidem semidiametri, cùm ad dati heptagoni latera ad rectos (vt præostensum

Finalis circuli descriptio, in dato heptagono.

eſt) incidant angulos: tangit propterea ipſius deſcripti circuli circunferentia ſingula eiuſdem heptagoni latera, per corollarium decimæſextæ tertij eorundem elementorum. Per quintam igitur ipſius quarti elementorum diffinitionem, in dato heptagono æquilatero & æquiangulo a b c d, deſcriptus eſt circulus e f h l. Quod expediebat facere. Haud diſſimiliter, in dato quouis alio poligono æquilatero & æquiangulo, circulus ipſe deſcribetur.

Corollarium.

¶Circulus igitur, qui in dato quouis poligono æquilatero/& æquiangulo deſcribitur, tangit ipſius poligoni latera in medijs eorundem laterum punctis: atque verſa vice circunſcriptum poligonum, eundem circulum.

Problema 8.

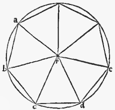
Circa datum quoduis poligonum æquilaterum & æquiangulum, circulum tandem figurare.

Quæ requirantur ad deſcribendũ circulũ, circa datũ poligonũ.

¶Quoties circa datum aliquod poligonum æquilaterum & æquiangulum, circulum ipſum deſcribere fuerit operæprecium: inueniendæ erunt tot lineæ rectæ inuicem æquales, & ab eodem puncto in medio poligoni ſumpto in ſingulos eiuſdem poligoni angulos incidentes, quot fuerint anguli ipſius dati poligoni. Reſumatur igitur in exemplũ, antecedẽs heptagonum æquilaterũ & æquiangulum, ſitq; a b c d e: circa quod, circulũ deſcribere oporteat. Diuidatur itaq; bifariam vterq; angulus qui ſub a b c/& b c d/cõtinetur, per nonã primi elementorum, productis b f/& f c/ lineis rectis: quę per quintum poſtulatum, conuenient tandem adinuicem intra datũ heptagonum. Vterq; enim angulorum qui ſub b c f/& f b c, recto minor eſt: nẽpe dimidius anguli eiuſdem heptagoni, qui binis rectis eſt minor. Cõueniant igitur ad ipſum pũctum f: & connectantur a f/& f d/ & reliquæ ſuccedẽtes lineæ rectæ, per primũ poſtulatum. ¶His ita conſtructis, quoniam angulus a b c, angulo b c d/per hypotheſin eſt æqualis: & quæ eiuſdem vel æqualium ſunt dimidium, æqualia ſunt adinuicẽ, per ſeptimã cõmunem

Deſcriptio circuli, circa heptagonum in aliorum exemplum.

Qualiter oẽs lineæ ex puncto f/prodeuntes, oſtendantur æquales.



ſententiam. Angulus igitur b c f, angulo f b c/ eſt æqualis: & latus propterea b f, lateri f c/reſpondenter æquale, per ſextam primi elementorum. Rurſum quoniam latus b c, lateri c d/eſt æquale, & c f/ vtrique commune: Bina ergo latera b c/& c f/ trianguli b c f, binis lateribus f c/ & c d/ trianguli f c d, ſunt æqualia alterum alteri, & æquos inuicem continent angulos, per conſtructionem. Baſis igitur b f, baſi f d, per quartam ipſius primi elementorum eſt æqualis: atque reliquus angulus c b f, reliquo f d c/æqualis. Angulus porrò c b f, dimidiū eſt anguli a b c: & f d c/ igitur angulus, dimidium eſt ipſius anguli c d e. quæ enim æqualia ſunt, eiuſdem vel æqualium ſunt dimidiū, per ſeptimæ communis ſententiæ conuerſionem. Reliquus igitur angulus f d e, eiuſdem anguli c d e/eſt dimidium: & proinde ipſi angulo c d f/æqualis. Haud diſſimiliter e f, ipſi f c/ æqualis: & reliquæ demum lineæ rectæ, ex eodem puncto f/ in ſingulos heptagoni angulos incidentes, tum inuicē, tum ipſis b f/f c/& d f/coæquari demonſtrabuntur. ¶ Centro igitur f, ad interuallum autem f b, alteriuſve cuiuſuis æqualium linearum ex eodem puncto f/egredientium, circulus deſcribatur a b c d e, per tertium poſtulatum. Tranſibit ergo ipſius circuli circunferentia per ſingulos ipſius dati heptagoni angulos: tangetque propterea, vnunquenque eiuſdem heptagoni angulum. Circa datum igitur heptagonum æquilaterum & æquiangulum, circulus ipſe a b c d e/deſcriptus eſt, per quartam ipſius quarti elementorum diffinitionem. Quod tandem faciendum ſuſceperamus.

Circūſcriptio finalis ipſius circuli.

¶ Non aliter circa datum alıud quoduis poligonum æquilaterum & æquiangulum, circulus ipſe deſcribetur.

Libri de abſoluta multangularum & regularium figurarum deſcriptione,
FINIS.

Vireſcit vulnere Virtus.

Orontij Finei Delphinatis, REGII MATHEMATICArum Lutetiæ professoris: De inuenienda longitudinis duorum quorumcunque locorum differentia, etiam dato quouis tempore, aliter quàm per Lunares eclipses, Liber singularis.

DVO SVNT A QVIBVS VNIuersa Geographicæ artis pendere videtur institutio:& quæ vnicuique Geographo non vtilissima tãtummodò,sed in primis sunt valde necessaria. Primum est,longitudinalis oblatorum quorumcunq; locorum differentia: quæ in ipso supputatur Aequatore, ac inter ipsorum locorum comprehenditur Meridianos. Alterum est differentia latitudinis, quæ sub eorundem locorum clauditur parallelis:& in ipso numeratur Meridiano. Harum nanq; differentiarum adminiculo,locorum positiones sitúsve deprehenduntur,& in rotunda vel plana superficie respondenter designantur: eorundémque locorum distantiæ,seu viatoriæ & directæ colliguntur elongationes. Ipsa porrò latitudinalis datorum quorumcunque locorum differentia,singulo die artificiali,Sole sub Meridiano lucẽte circulo,per illius declinationem, & contingentem hora meridiana sublimitatem:vel noctu per aliquam fixarum stellarum,quæ oriatur & occidat, aut quæ perpetuò super Horizontem exaltetur, indifferenter colligitur. Queadmodum libro quinto nostrę Cosmographiæ seu Mundanæ Sphęrę tradidimus,& amplissimis declarauimus exemplis. Qualiter autem longitudinalis eorundem locorum differentia, fidissima deprehendi possit inspectione, vnicam viam prisci nobis reliquere Geographi,quã omnes hactenus sunt insequuti:per Lunarium scilicet defectionum obseruationes.Cum enim Luna eodẽ momento

Quæ Geographo potissimùm uidentur esse necessaria.

Qualiter locorũ obseruetur latitudo.

Locorum differentia longitudinalis, per Lunares eclipses à priscis obseruata Geographis.

temporis vniuerſo deficiat Orbi: per diuerſas ipſius temporis ſuppputationes, pro Meridianorum varietate contingentes, ipſorum Meridianorum elicitur diuerſitas, hoc eſt, longitudinalis vnius ab altero differentia. Veluti præfato libro quinto Sphæræ noſtræ, clariſſimè deſcripſimus: vbi per vulgarem aut ſolidam vel armillarem Sphæram, ipſam longitudinalem locorum differentiam (coadiuuante poſitionis angulo) ſimul colligere docuimus. Quanquam porrò eiuſcemodi obſeruandi ratio per Lunares eclipſes, facillima ſit atq; certa: rarò tamen & non liberè, aut ſtatuto tempore, ea frui vel vti permittitur. vtpote, quoniam ipſa Luna rarò patitur eclipſim: & plærunq; dum eclipſatur ſub Horizonte conſtituitur, aut nebuloſo & talibus obſeruationibus inepto obfuſcatur aëre. Hinc factum eſt, vt plerique alium quempiam obſeruandi modum ex cogitare conati ſint: quo præfata longitudinalis differentia, dato quouis elici poſſet tempore. Inter quos neminem offendes, qui hoc negotium fæliciter tentarit: tantum abeſt ne abſoluerit. Nec defuerunt qui per Lunares obſeruationes, etiam alias quàm per eius eclipſes, ididem obtineri poſſe ſubdubitarint. Sed qua ratione vel artificio id foret adgrediendum & abſoluendum, ne verbum quidem fecerunt: & proinde id ignoraſſe viſi ſunt. Quod ei non videbitur mirum, qui conſiderauerit bonam eorum hominum partem, qui ſeſe Geographos vel Hydrographos temerè profitentur, aut nullam rerum Mathematicarum habere cognitionem, & iudicio propterea carere, ſuſpectiſq; ſemper inniti coniecturis: aut ſi quid in Mathematicis acceperint, non tamen in illis tandiu ac fæliciter eſſe verſatos, qui tales excogitare poſſint adinuētiones. Nam tam rari ſunt hodie, ac ſemper fuerunt ſubtiliorum rerum (potiſſimum Mathematicarum) inueſtigatores: quàm rari ſunt, ac fuerunt hactenus illorum fautores, atq; Mecœnates. Imò (quod iniquiſs eſt, & abhominandum) ſæpius videas audaciſſimum ac inutilem rabulam & merum impoſtorem, eas dignitates & munera reportare: quæ ſynceris ac ſtudioſis debentur Philoſophis, rempublicam literariam omnibus modis illuſtrantibus. ¶Ego igitur (qualiſcunque futura ſit meorum laborum retributio) tum pro meo officio, tum vt cæteros geographicæ artis amatores ab hac in poſterum liberem anguſtia: inter alia inuenta mea Mathematica, viam demum excogitaui, qua præfata lōgitudinalis oblatorū quorunc͂uque locorum

Obiectio contra prædictū obſeruādi modum.

Cur differentia longitudinis, nondū planè fuerat adinuenta.

Cur rari ſubtiliorū rerū inueſtigatores.

differētia, aliter quàm per Lunares eclipses, dato quouis deprehendi valeat tempore. Idque in primis, per corporis Lunaris applicationem ad ipsorum locorum Meridianos (quæ semel intra quemlibet diem naturalem, vbiq; terrarum accidit) ad fixum quempiam Meridianum, & veluti radicalem locum relatorum. Quam applicationem, tum ex ipsa prima & rapidissima vniuersi Orbis latione, tum ex ipsius Lunæ motu, inter omnium errantium syderum velocissimo, leui admodùm calculo, ac fidissima obseruatione colligemus. Secundò, per instrumentum planum & huic negocio singulariter adcommodum, quod ex ipsa Planisphærij siue Astrolabij contextura fabricaui, & Geographicum proptera libuit appellare Planisphærium: mira & penè incredibili facilitate, idem consequenter inuenietur. Ex quo præterea instrumento, viatoriam intercapedinem, seu directam eorundem locorum elongationem (modò cognitam habeant longitudinem, atque latitudinem) obtinere versa vice poteris. Quas adinuentiones posteris omnibus, potissimùm rerum Geographicarum studiosis, grata simul & vtilia (etiam cum admiratione) futura non desperamus. Quod is dignetur concedere, qui sua clementi ac ineffabili prouidentia, bonis mentibus in dies occurrere non cessat.

Inuentum Authoris, de obseruanda locorum longitudine.

Planisphæriū geographicū, ab ipso authore excogitatū.

Problema Primum.

DE longitudine atque latitudine locorum, & earum comparatione cum longitudine atque latitudine syderum, ac vtriusque differentia, officio, & vtilitate: generalia quædā in primis elucidare præambula.

1 ¶Quemadmodùm igitur adminiculo longitudinis atque latitudinis stellarum, quæ ab ipsis notatæ sunt Astronomis: in earundem stellarum cognitionem vel facilè deuenimus, atque illarum elongationem siue distantiam, quam habent adinuicem, consequenter numeramus. Haud dissimiliter mediante longitudine atque latitudine datorum quorumcunque locorum, super ipsa tellure designatorum: in eorundem locorum situm ac positionem peruenire solemus, illorúmque viatoriā distantiam, seu directam elongationem

Collatio lōgitudinis atque latitudinis locorum, cū longitudine atq; latitudine syderum.

respondenter consequimur. In hunc enim finem, ipsæ longitudines atque latitudines, ab Astronomis & Geographis videntur excogitatæ ac definitæ.

Qualiter & in quo circulo longitudo numeretur syderum.

¶ Præterea, vt omnium stellarum longitudo (quæ verus illatum est motus) in longum Eclipticæ siue Zodiaci, à vernali eiusdem Eclipticæ cum Aequatore sectione, hoc est, ipsius Arietis capite, per æstiuale solstitium, & æquinoctium autumnale, iuxta signorum consequentiam, in contrariam primi & vniuersalis motus supputatur positionem: & in eo terminatur circulo magno, qui per polos eiusdem Eclipticæ siue Zodiaci, & ipsas stellas transire diffinitur. 2

Vt locorum longitudo respondeter designetur, & in quo circulo.

Sic ipsa longitudo datorum quorumcunq; locorum in terra designatorum, in longum Aequatoris circuli, à communi eiusdem Aequatoris sectione cum eo circulo Meridiano, quem fixum appellant, & per ipsius Aequatoris siue Mundi polos, atque occiduum nostræ habitabilis terminum educitur, versus ortum, iuxta eorundem signorum successionē respondenter dinumeratur: & in ipsis finitur Meridianis, qui per data loca, aut illorum producuntur vertices.

De latitudine stellarum, & earum supputatione.

¶ Quemadmodùm insuper arcus circuli magni, per Zodiaci vel Eclipticę polos & datas stellas pertranseuntis, inter ipsum Zodiacum & easdem stellas comprehensus: earundem stellarum boream vel austrinam exprimit latitudinem, prout ipsæ stellæ versus boreum vel austrinum deuiant Eclipticæ polum. 3

De latitudine locorũ, & eorum respondenti calculo.

Pari modo arcus Meridiani circuli dati cuiuscunque loci, qui inter ipsum Aequatorem & verticem eiusdem loci continetur: ipsius dati loci latitudo vocitatur, borea quidem vel austrina, prout datus locus boream vel australem ab Aequatore positionem obtinuerit. Respondent itaq; locorum longitudines atq; latitudines, ipsis stellarum longitudinibus atq; latitudinibus.

Commune longitudinũ atq; latitudinum officium.

Et quemadmodùm vtriusque longitudinis officium est, à signato vel Zodiaci vel Aequatoris initio, numeratam in eius circunferentia præfinire distantiam: Sic vtraque latitudo, ab eodem Zodiaco vel Aequatore in alteutram Mundi partem, deuiationem videtur exprimere. Et proinde vt stellatum in Cælo, sic locorum in terra situm, atq; positionem obtinere solemus.

Elongatio stellarum.

¶ Item, velut arcus magni circuli, per duas quasuis stellas in cælo notatas educti, qui inter ipsas stellas comprehenditur: vetam earundem stellatum metitur elongationem, siue distantiam. Similiter arcus circuli magni, per duo quæuis terrestria loca, aut ipsorum locorum vertices pertranseuntis, inter ipsa loca 4

comprehensus:veram eorundem locorum distāriam,seu directam exprimit elongationē.Nam super talium circulorum magnorum circunferentia,directæ profectiones fiunt itinerum, atque in ipso mari nauigationes: nunquam autem super circunferentia alicuius paralleli, alteriusve minoris circuli. Hunc itaque circulum magnum, qui per duo quæuis notata loca transire diffinitur: viatorium eorundem locorum circulum meritò vocitamus. Quemadmodùm præallegato Libro quinto nostræ Cosmographiæ siue Mundanæ sphæræ,euidens fecimus.

Vera locorum distātia.

Circulus uiatorius.

5 ¶Arcus igitur Aequatoris (vt ad susceptum negotium deueniamus) inter duorum quorunuis locorum Meridianos comprehensus: longitudinalis eorundem locorum differentia nominatur. Ostendit enim ipsius Aequatoris interuallum, quo vnus datorum locorū orientalior,aut occidentalior est altero: siue quo vnius loci longirudo differt,hoc est, maior aut minor est alterius longitudine. Arcus insuper Meridiani circuli alterutrius duorū locorum in eadem Orbis parte notatorum,qui inter ipsorum locorum clauditur parallelos:latitudinalem eorundem locorum exprimit differentiam.hoc est,interuallū quo vnius loci latitudo maior,aut minor est alterius latitudine: siue distantiā,qua vnus prædictorum locorum borealior, vel australior est altero, siue ipsa loca sub eodem, aut sub diuersis constituta sint Meridianis.

Longitudinis Differētia,& eius officium.

Latitudinalis locorū differētia,& eius officium.

6 ¶Omissa itaque latitudinali differentia, vtpote (quæ veluti præfari sumus)inuentu sit facillima, & ab omnibus passim inculcata: ipsam longitudinalem duorū quoruncunq; locorum differētiam, aliter q̄ per Lunares eclipses,hoc est, per applicationē ipsius Lunæ ad datorum locorū Meridianos(vt in eadē testati sumus præfatione)modica obseruatione,fidissimóque calculo docebimus elicere.

Sola longitudinis differentia,hic obseruari docetur.

Problema 2.

QVòd radicalis quispiam locus eligendus sit, ad quem cæterorum locorum differentiæ longitudinales referātur: quæ insuper ad ipsius lōgitudinalis differentiæ requirātur inuentionē,cōsequēter edocere.

Prima huius operis hypothesis.

¶Ad inueniendam itaque longitudinalē oblatorum quoruncunque locorum differentiam, quam per Lunarem applicationem ad prædictorum locorum Meridianos, me traditurū sum pollicitus: operæpretium est in primis, insignem aliquem aut liberum eligere locum, cuius lōgitudo atque latitudo nota sit & ad vnguem explorata. Ad cuius loci Meridianum, velut ad fixam quandam & primariam radicem, cæterorū locorum siue Meridianorum longitudines, tam versus ortum, quàm versus occasum vniuersaliter referantur. Elegi itaque famatissimam ac illustrissimam Lutetiæ Parisiorum academiā, veluti cæteris omnibus hac in parte meritò præferendam, & dignam quæ hisce nostris celebretur adinuētionibus. 1

Lōgitudo atque latitudo Meridiani Parisiensis.

Cuius longitudo ab occidente habitato, iuxta prudentiorum Geographorum & meam simul obseruationem, habet gradus 23, & 30 ferè minuta: Latitudo autem gradus 48, & minuta circiter 40.

Quæ secundo loco paranda sint.

¶Secundò, necessum est quempiam vsitatum ac perfacilem habere calculum: quo dignoscatur in promptu, etiam in quacunque ipsius habitabilis parte, quota diei cuiuslibet naturalis hora, ac eiusdem horæ minuto, Luna ad primam & regulatam vniuersi Orbis circunductionem, in ipsius electi & radicalis loci deueniat Meridianum: & sub qua Zodiaci vel Eclipticæ parte, ipsa Luna tūc fuerit cōstituta temporis. In cuius rei gratiam, ac facilem expeditionem: 2

Tabulæ astronomicæ huic negotio inseruientes.

subscriptas conuenit habere tabulas, ad Meridianum ipsius radicalis loci supputatas siue reductas. Vtpote, tabulas ad verum motum Solis & Lunę supputandum necessarias, vnà cum declinationis ipsius Solis, & latitudinis Lunæ tabula: vt dato quouis tempore, verum Solis motum & eius declinationem, atque verum motum Lunæ & eius latitudinem, promptissimè dignoscas. Item tabulam ascēsionum rectarum, vnà cum Cęli mediationum tabula ad quinque vel sex gradus vtriusque & borealis & australis latitudinis supputata: vt rectam veri loci Solis & Lunæ colligere valeas ascensionem, ad ipsum Meridianum (qui instar recti se habet Horizontis) referendam circulum. Quarum tabularum, innumera tum à nobis, tum ab alijs, subministrata est multitudo.

Instrumenta ad idem negotiū fabricāda.

¶Subscriptis præterea, & facilè portatilibus opus est instrumentis. Vtpote horologio quopiam, tali industria & mobilium rotarum artificio fabricato, vt per ipsum 24 diei naturalis horæ, & 60 cuiuslibet horæ minuta iustissimè designētur. Item Sphæra vulgari 3

aut ſolida, vel Armillis tantummodò contexta, cuius diameter bipedalis, vel ad minus ſeſquipedalis exiſtat longitudinis, atque his potiſſimùm ſit ornata circulis, vtpote, Zodiaco, Aequatore, Meridiano, & Horizonte, vnà cum ſubtili admodùm ſemicirculo, inter ipſam Sphærã & illius Meridianũ, circa Zodiaci polos facilè circũducibili: vnoquoq; circulo in 360 gradus inuicẽ æquales, præfato autẽ ſemicirculo in gradus 180, ſolito more diſtributo. Triangulare demũ requiritur inſtrumentũ, triquetrũ appellatũ, ſub tribus regulis inuicẽ connexis cõprehenſum. Quale Ptolemæus Alexandrinus duodecimo capite libri quinti ſuæ magnæ conſtructionis, & Geber acutiſſimus illius interpres circa principiũ reſpondentis libri quinti componere docet: & cuius figuram infra ſuo loco tibi depinximus. Hoc tamen inſtrumentum, ſimul comitetur chordarum vel ſinuum rectorum tabula: cuiuſmodi eſt ea, quam circa finem ſæpius allegatæ Sphæræ noſtræ ſiue Coſmographię deſcripſimus, & ſuis ornauimus documentis. Nam cum ſupradictis inſtrumentis, examinandũ erit in dato quouis loco, cuius longitudinalis differentia ad ipſius radicalis loci relata Meridianũ inueniẽda proponetur, quota hora & horæ mi. Luna ad eiuſdem loci perducetur Meridianum: & ſub qua Zodiaci parte, eadem Luna tunc fuerit conſtituta. Vt ipſa longitudinalis differentia (quemadmodùm infra docebitur) tandem obtineatur.

Ptolemæus. *Geber.* *Generale prædictorũ inſtrumentorum officium.*

Problema 3.

Quota diei cuiuſlibet naturalis hora, atque ipſius horæ minuto, Luna ad electum & radicalẽ perducatur Meridianum calculare: túncque verum ipſius Lunæ locũ in Zodiaco ſimul deprehendere.

1 ¶ Non potuit ipſa longitudinalis differentia, aliter quàm per Lunares eclipſes commodius inueſtigari, quàm per diurnum & regulatum motũ Vniuerſi, qui fit ab ortu per mediũ Cæli ad occaſum: & per motum ipſius Lunæ, omnium poſt eundem primũ motum velociſſimum, qui in cõtrariam poſitionem ab occaſu per medium Cæli verſus ortum fieri videtur. Nam horum duorum motuum

Diurnus atq; lunaris motus huic obſeruationi commodiores.

adminiculo,ipſius corporis Lunaris ad datorum locorum Meridia nos colligemus applicationem:& per applicationum diuerſitatem, ipſam longitudinalem eliciemus differentiam.

Problematis exequutio.

❡Cùm igitur dato quouis naturali die operæpretium fuerit agno- 1
ſcere,quota hora & eiuſdem horæ minuto, Luna ad electi & radicalis loci peruētuta ſit Meridianum:& ſub qua Zodiaci parte ipſa Luna tunc fuerit cōſtituta(nam id præcipuum huiuſce inquiſitionis videtur eſſe negotium) ſupputanda ſunt in primis, ex vulgato diarij ſeu nuper expreſſarum tabularum calculo , ad præcedentem meridiem,atq; ad ipſius electi & radicalis loci Meridianum : vera Solis & Lunæ loca,ſiue motus in Zodiaco circulo.Deinde vtriuſq; veri motus ſiue loci,Solis inquàm & Lunæ ad præfatum locum & tempus ſupputati : aſcēſio recta,per tertium vel quartum problema in directionū tabulas colligenda eſt.in qua re , non omittenda eſt ipſius Lunæ latitudo(quæ trito admodùm calculo,paſſim inueniri docetur) vt eiuſdem Lunæ fideliùs recta numeretur aſcenſio. Recta poſtmodùm aſcenſio Solis,ab aſcenſione recta Lunæ ſubducatur,mutuato(ſi operæpretium fuerit) toto circulo : & quod inde relinquetur , primum Aequatoris nominetur interuallū . Hoc autem Aequatoris interuallū , in temporis particulas ſolito more reſoluatur : dãdo quibuſlibet 15 gradibus vnā horā,& cuilibet gradui quaruor horæ minuta,cuilibet autem minuto gradus quatuor horæ ſecunda. Huic conſequenter tempori reſpondens verus Lunæ motus, in hunc modum eliciatur . Accepto vero motu Lunæ diurno,is diuidatur per 24:& horarius prodibit eiuſdem Lunæ motus . quem ſi per numerum horarum eidem interuallo reſpondentium multiplicaueris,& ſi quæ ſint horæ minuta,ipſius motus horarij partem proportionalem adiunxeris,pro ratione eorūdem minutorum ad 60:producetur tādem arcus Zodiaci, quem Luna perambulat durante huiuſcemodi temporis interuallo.Hic porrò Lunæ motus,vero eiuſdem Lunæ motui,ad horam meridianam oblati diei iampridem ſupputato,coniungendus eſt:conſurget enim verus motus ipſius Lunæ, ad inſtās quo eadē Luna ad ipſius radicalis loci perducetur Meridianū . Huius denique Lunaris motus, ſi recta (veluti prius) numeretur aſcenſio,& ab ea aſcenſio recta ipſius Lunæ antea ſupputata dematur: relinquetur earundem rectarum aſcenſionum differētia, eidē vero motui Lunæ intercepti reſpōdēs

temporis. Quæ tandem iuncta ipsi primo Aequatoris interuallo, conficiet vltimum eiusdem Aquatoris interuallū: quod in partes horarias de more resolutum, ostendet quota hora & horæ minuto præassumpti diei, Luna sub eodem radicali cōstituetur Meridiano. Verba sunt forsitan plura, quàm res ipsa postulet: singula nihilominus clarissimo facilitabimus exemplo.

2 ¶Sit igitur propositū agnoscere, quota hora & horæ minuto Luna peruentura sit ad Parisiensem Meridianum (quem in aliorum Meridianorum elegimus radicē) die Nouembris decima sexta, huius anni 1543: & sub qua Zodiaci parte, tunc ipsa Luna cōstituetur. Verus itaque locus Solis, ad meridiem quindecimi & antecedentis diei (à quo oblatus dies, secundū Astronomos initiatur) iuxta vulgatum ipsorum Astronomorum calculum, est in secūdo gradu, & 31 minuto Sagittarij. Verus autē locus ipsius Lunæ, eodem tempore, in 13 gradu, & 50 minuto Cancri: & capitis draconis eiusdē Lunæ verus motus, in sexto gradu & 32 minuto Aquarij. Et proinde argumētum latitudinis Lunæ, est quinq; signorum cōmunium, 7 graduum, & 18 minutorū. Cum quo argumento inuenta latitudo Lunæ, septentrionalis est, vnū solūmodò gradum, & 56 minuta cōprehendens. Ascensio autem recta loci Solis, ex ipsa rectarū ascensionū tabula: offenditur esse 265 graduū, & 54 minutorū. Recta porrò loci Lunaris ascēsio, ex tabula mediationū Cæli, est graduū 105, & minutorum 15. Cui si 360 gradus totius adiiciantur circuli: cōsurgent gradus 465, vnà cum eisdem 15 minutis. A quibus si 265 gradus, & 54 minuta ascensionis rectæ loci Solis auferantur: relinquetur primū Aequatoris interuallum, graduū 199, & minutorum 21. Cui respondent horę 13, & 17 ferè minuta temporis. Diurnus autē Lunæ motus eodem accidens tēpore, est graduū 11, & minutorū 56: & proinde horarius motus ipsius Lunæ, minutorum 29, & secundorum 50. Hic porrò motus horarius tredecies sumptus, vnà cum ilius parte proportionali quæ ipsis 17 debetur minutis: conficiunt gradus 6, & minuta ferè 50. Tātū itaq; arcū Zodiaci intra præfatas 13 horas, & 17 minuta, Lunā perambulasse iudicabis. Quòd si prædictos 6 gradus & 50 minuta, 13 gradibus & 50 minutis Cancri veri motus Lunaris superius adinuēti addideris: cōsurgent gradus 20, & minuta 40 eiusdē Cancri. Tātus est verus motus ipsius Lunæ, cùm ea præassumpto die ad radicalem, hoc est, Parisiēsem Meridianum

supradictorū exemplum.

Problema 4.

Quota rursum oblati cuiusuis diei naturalis hora atq; minuto, Luna ad alterius cuiuscunq; loci, quàm radicalis, peruētura sit Meridianum: Et quam Zodiaci partem ipsius applicationis tempore Luna occupauerit, vnà cum ipsius Lunæ latitudine, consequenter obseruare.

¶Reliquum à quo principaliter susceptum uidetur pendere negotium, est diligenter inuenire, dato quouis loco & anni tempore, quota hora atque minuto, Luna ad ipsius dati loci (cuius differentia longitudinalis, respectu loci radicalis obseruanda proponitur) peruentura fuerit Meridianum: Et sub qua simul Zodiaci parte, tunc temporis eadē Luna constituetur. Hoc autem partim instrumentorum adminiculo, partim verò Astronomica supputatione,

Secundũ, quod præcipuè uenit obseruandum.

1 deprehendere necessum est. ¶In primis itaque paratum Horologium (quale secundo recitauimus problemate) semel aut bis in die, lucente Sole, iustificandum est, circa futuræ potissimum obseruationis tempora: idque per horarium aliquod instrumentum, ad ipsius dati loci latitudinem (quam prius supponimus examinatam) fabricatum. Præpatata insuper Sphæra materiali, & eo modo constructa, ac ijs ornata circulis, velut eodem problemate secundo præmonuimus, vnà cum Triquetro, siue Ptolemæi (vt vocant) regulis: erigatur ipsius instrumenti longior regula perpendiculariter, super quopiam oblati loci plano ad libellam de industria præparato, in quo prius descripta sit linea meridiana: tali quidem artificio, vt idem instrumentum quaquauersum facilè circumuolua tur, reuocetúrque totum sub ipsius dati loci Meridianum. Construitur autem hoc regularum instrumenrum (si forsitan illius ignores compositionem) in hunc, qui sequitur, modum. Fabricandæ sunt ex electa quapiam & duta materia, tres vniformes & quadrangulares regulæ: quarum prima vocetur a b c, secunda verò a d, tertia denique b d e. quarum insuper regularum partes a b/&

Prædictorum instrumentorum commemoratio, & eorum usus.

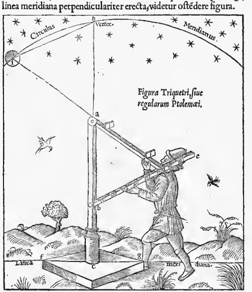
Vt construendæ Ptolemæi regulæ, quæ triquetrũ appellantur.

perducetur. Item si eosdem 6 gradus & 50 minuta, argumento latitudinis Lunæ iampridem supputato, 5 videlicet signis, 7 gradibus, & 18 minutis adiunxeris: resultabit latitudinis argumentū ad idem tempus, quo Luna ad Parisiēsem deueniet Meridianū. Hinc elicies ipsius Lunæ borealem iterum latitudinem, vnum gradū, & 22 minuta complectentē. Et rectam consequenter ascensionē eiusdē Lunę, ad idem tempus: graduū quidem 112, & minutorū 35. A qua quidem ascēsione, si prius inuentā ascensionē rectam eiusdē Lunæ detraxeris: relinquentur 7 gradus, & 20 minuta. Quæ adiūcta primo Aequatoris interuallo, vtpote 199 gradibus & 21 minutis: conficiēt vltimum eiusdem Aequatoris interuallum, graduū 206, & minutorum 41. Cui de tempore respōdent horæ 13. & minuta ferè 47. Tot igitur horis & minutis, à dato meridie præcedētis quindecimi diei numeratis, Luna ad Parisiensem & radicalem Meridianū perducetur: vtpote, hora prima matutina, & 47 ferè minuto ipsius diei sedecimi Nouembris. Veluti sequens numerorū videtur confirmare formula. Idem respondēbit facito, dato quouis alio die, tam futuri quàm præteriti temporis: vbi etiā alium quàm Parisiensem, pro radice libuerit eligere & stabilire Meridianum.

Exempli formula, à meridie 15 diei Nouembris, anni Christi 1543.

	Sig.	gra.	Mi.		Ho.	Mi.
Locus Solis tempore dato,	8	2	31	♐		
Locus Lunæ verus, eodem tempore,	3	13	50	♋		
Motus verus capitis draconis ipsius Lunæ,	10	6	32	♒		
Argumentum verum latitudinis Lunæ,	5	7	18			
Latitudo Lunæ septentrionalis,		1	56			
Ascensio recta loci Solis,		265	54			
Ascensio recta loci Lunæ,		105	15			
Eadem ascensio recta Lunæ cum circulo,		465	15			
Primum Aequatoris interuallum,		199	21			
Tempus eidem respondens interuallo,					13	17
Motus Lunæ diurnus præfato tempore,		11	56			
Motus Lunæ verus eidem respondens tempori,		6	50			
Locus verus Lunæ sub Meridiano Parisiensi.	3	20	40	♋		
Argumentum latitudinis Lunæ eodem tempore,	5	14	8			
Latitudo Lunæ septentrionalis,		1	22			
Ascensio recta loci Lunæ eodem tempore,		112	35			
Lunarium ascensionum rectarum differentia,		7	20			
Vltimum Aequatoris interuallum,		206	41			
Tempus eidē interuallo respondens, quo Luna à meridie					13	47
15 diei Nouemb. ad Parisieñ. deueniet Meridianū. Hoc						
est, 16 diei eiusdem Nouemb. mane ante Meridiem.					1	47

b d sint adinuicem,atq; ipsi a d/regulę æquales,& 4 & aut 5 pedum comprehendentes logitudinem:sitque pars ipsa b d,in 60 partes inuicem æquales, & pars quælibet in 60 minuta (si præcisionem optaueris)distributa:tota autem b d e/regula similium partium sit ad summum 85,b c/ verò pars quantæcunque volueris longitudinis. Ipsæ demum regulæ a d/& b d e,cum regula a b c,super punctis a/ & b/tali copulentut attificio:vt seorsum , deorsúmque ttactati facilè possint.Super ipsa autem regula a d,gemina erigantur pinnacidia , è diametro subtilitet perforata.Nec erit incommodum,regulam a b c/cæteris paulò relinquere fortiorē:vtpote,quæ vniuersam instrumenti sustentatura sit machinam. Vti sequens,& super f c g/ linea meridiana petpendiculariter erecta,videtur ostēdere figura.



2 ¶ His ita constructis, & præparatis: cùm Lunare corpus visibile fuerit, & super Horizõtem exaltabitur, siue id interdiu aut noctu acciderit, & ad ipsum dati loci videbitur accedere Meridianum: dispones taliter supradictarum regularum instrumenrum, vt singulæ regulæ sub ipso locentur Meridiano, hoc est, in directum lineæ Meridianę f c g, regulis a d/ & b d e/in oppositam Lunaris corporis partem conuersis. Eleuabis deinde aut deprimes paulatim a d/ & b d e/regulas, super puncto d/inseparabiliter coniunctas: quatenus per vtraq; pinnacidiorũ foramina, ipsum Lunare corpus sub Meridiano constiturum visuali radio deprehendas. Túncque ex præfato Horologio (vt supradiximus) iustificato, perpendes & seorsum notabis, quota hora & horæ minuto id acciderit: & simul animaduertes, quot partes & minuta ipsius regulæ b d e, inter punctum b/& regulam a d/comprehẽdentur. Nam tot partium & minutorum erit chorda arcus Meridiani, ipsius loci verticē & Lunare corpus intercepti: veluti chorda h l. Cuius arcum, ex nostra sinuum rectorum, aut ex ipsa chordarum Ptolemæi colliges tabula. Quibus absolutis, supputabis verum Solis locũ in Zodiaco, ad ipsum temporis instans quo Luna datũ reperta fuerit occupare Meridianum: atque ipsius loci Solaris rectam ascensionem. Conuertes postmodùm tempus, à proximè lapso meridie vsque ad præfatum instans applicationis Lunæ comprehensum, in partes Aequatoris circuli: dando cuilibet horæ 15 gradus, & cuiliber horæ minuto 15 minuta gradus. Quibus addes præfatam loci Solaris ascensionem, reiecto (si excreuerit) integro circulo. Quod enim coaceruabitur aut relinquetur, erit ascẽsio recta eius puncti Eclipticæ, quod simul cum Luna ad eundem peruenit Meridianum. Huic itaq; ascensioni rectæ debitum Eclipticæ punctum adinuenies, ipsúmque in supradictę Sphæræ Zodiaco notabis, & sub ipsius Sphæræ collocabis Meridiano: eadem Sphæra, ad dati loci prius dispoſita latitudinem. Et quiescente in hunc modum Sphæra, numerabis in Meridiano circulo, ab Horizontis vertice versus idem Eclipticæ punctum, supradictæ chordæ quantitatem: & per eius finem, eum applicabis semicirculum, qui circa Zodiaci polos reuoluitur. Tandem (omnibus inuariatis) notabis in quónam gradu & minuto idem semicirculus Eclipticã diuiserit. Nam sub eodẽ gradu & minuto, Luna eo versabatur tempore, quo ad dati loci perducta fuerat Meridianum.

Exequutio problematis.

Arcus porrò eiuſdem ſemicirculi, qui inter Eclipticam & Meridianum comprehendetur circulum: boream, vel auſtralem ipſius Lunæ deſignabit latitudinem. Quòd ſi forſitan Luna caruerit latitudine: tunc ipſum punctum medij Cæli, cum eiuſdem chordæ finali puncto, ſub ipſo coincidet Meridiano: eritq; ſimul verus eiuſdem Lunæ locus, præfato applicationis tempore. Nec eſt via facilior ac fidelior hac: neque commodiora ad hunc vſum inſtrumenta, quæ quanto maiora ac magis exactè fabricata fuerint, tanto præciſiorem ex illis colliges obſeruationem.

Vbi Luna caruerit latitudine.

Supradictorũ exemplum.

¶ Sit in faciliorem ſupradictorum intelligentiam, propoſita ſphæ- 3
ra a b c d: cuius Horizon b c d, & illius vertex a, Meridianus autem a e d, Zodiacus vel Ecliptica c e f, & illius polus borealis g. Sit autẽ e/punctum ipſius Zodiaci, quod ſimul cum Luna ad dati loci perductum eſt Meridianũ. Arcus porrò a h/vel a e h/ſimilis ei, quem ſubtendit chorda h l, & qui inter verticem loci & corpus Lunare

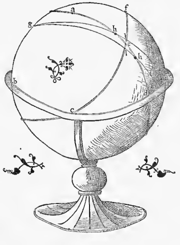


Figura ſphæræ ad præfatam obſeruationem neceſſariæ.

cum ipsis deprehensus est regulis. Luna denique sit in puncto h, citra vel vltra idem punctum e/constituta. Palam est igitur, semicirculum g h/ex boreali polo Zodiaci g/in oppositum polum, per h/ punctum eductum, diuidere Zodiacum c e f/in puncto l, idque vel citra vel vltra idem punctum e (dummodò Luna aliquantulam habuerit latitudinem) & propterea iuxta communem Astronomorum diffinitionem, ipsum punctum l/indicare verum locum Lunæ in eodem Zodiaco, & arcum l h / borealem vel australem eiusdem Lunæ latitudinem, prout ipsa Luna in borea vel australi Mundi parte ab eodem reperta fuerit Zodiaco. Quòd si Luna careret latitudine, idem punctum e/foret verus locus ipsius Lunæ, & cum illo puncto eadem Luna ad dati loci perduceretur Meridianum: túncque Meridianus ipse, & Zodiacus, atque præfatus semicirculus, in ipso Lunari corpore sese inuicem necessariò intersecarent. Deniq; notandum est, dum Luna sub ipso locatur Meridiano, locum eius visibilem, hoc est visuali radio per ad regulam obseruatum, designare simul verum eiusdem Lunæ locum in Cælo: propterea quòd nulla tunc sit aspectus diuersitas, seu inter verum locum & visibilem differentia, secundum ipsius Zodiaci longitudinem. *Notandum.*

Problema 5.

QValiter ex proximis duobus problematibus, longitudinalis dati cuiuscunque loci differentia, ad ipsius radicalis loci relata Meridianum, subinferenda ac colligenda sit: tandem aperire.

1 ¶His in hunc modum, & eodem naturali die, iuxta præcedentium duorum problematum traditionem obseruatis & supputatis: Reliquum est, eius loci in cuius gratiam præmissæ factæ sunt operationes, & ipsius loci radicalis, longitudinalem elicere differentiam.

Animaduertas igitur, Lunam citiùs peruenire ad Meridianum orientalis loci respectu radicalis, & sub maiori propterea temporis supputatione, quàm ad ipsius loci radicalis Meridianum: ad Meridianum verò occidentalis loci tardius, & sub minori temporis, hoc *De applicatione Lunæ, sub diuersis locorum Meridianis.*

est, horarum & minutorum numero. Nam in locis orientalibus, citius eleuantur sydera super Horizontem, quàm in occidẽtalibus.

De ꝓprio Lunæ motu, notandum.

De vero autem Lunæ motu, qui fit ab occasu per medium Cæli versus ortum, secus est: quoniam in locis orientalibus, is erit semper minor, quàm in occidentalibus. Interea enim dum Luna admotum Vniuersi, ab orientali ad occidentalem perducitur Meridianum, aliquid de Zodiaci longitudine propria latione in contrarium perambulat: quo verus eiusdem Lunæ motus augetur.

Quæ loca sint orientaliora cæteris.

Locus igitur ad cuius Meridianum Luna sub maiori horarum & minutorum numero & cum minori motu, quàm ad radicalẽ peruenisse comperietur: orientalior erit ipso radicali. Si autem sub minori earundem hotarum & minutorum, sed maiori motus Lunæ id acciderit supputatione: idem locus occidentalior erit radicali.

Vt discernenda longitudinalis locorum differentia.

¶Sed qua differentia, idem locus datus orientalior, vel occidentalior fuerit ipso radicali: in hunc modum comprehendes. Si datus locus repertus fuerit orientalior radicali, subducendum est tempus applicationis Lunę ad Meridianum loci radicalis, à tempore applicationis eiusdem Lunæ ad ipsius dati loci Meridianum: sed verus Lunæ motus eodem applicationis tempore sub dati loci Meridiano repertus, auferendus est à vero motu eiusdem Lunę, quem dum ipsa Luna ad radicalem perduceretur Meridianũ offendisti. Relinquetur enim differentia temporis, atque veri motus ipsius Lunæ differentia, duabus obseruationibus intercepta. Ipsam porrò temporis differentiam, in partes Aequatoris solito more conuertas. differẽtiæ autem veri motus Lunaris, rectam supputabis ascensionem: quam ab ipsa temporis auferes differentia. Relinquetur enim tandem proposita longitudinis differentia: qua scilicet datus locus oriẽtalior est radicali. At si datus locus, eodẽ radicali fuerit occidentalior: cõtrariam operãdi rationem prorsus obseruabis. Subduces nanque tempus applicationis Lunæ ad ipsius dati loci Meridianum, ab eo tempore quo Luna ad Meridianum radicalem perducta est: atque verum Lunæ motum sub radicali Meridiano cõtingentem, ab eo qui tempore applicationis eiusdem Lunæ ad dati loci Meridianum repertus est. Et mediantibus his differentijs, ipsam longitudinem (veluti nunc expressimus) colliges differentiam.

Ex differẽtia lõgitudinis uerã elicere longitudinem.

¶Hanc itaque differentiam, addes longitudini loci radicalis, si datus locus oriẽtalior fuerit: vel ab eadem subduces longitudine, vbi

datus locus occidentalior fuerit radicali: Consurget enim, aut relinquetur ipsius dati loci longitudo, ad fixum & occiduum nostræ habitabilis relata Meridianum. Quòd si forsitan Luna eodem temporis momento, & sub eadem Zodiaci parte constituta, ad vtrunque & radicalem & dati loci peruenerit Meridianum: nulla intercidet longitudinis differentia, eritque tunc ipse datus locus sub eodem Meridiano quo & radicalis locus de necessitate constitutus, sola ab eo differens latitudine. *Notandum.*

3 ¶Resumatur in clariorem singulorũ elucidationem, datum problemate tertio supputationis exemplum: quo Luna ad radicalem & Parisiensem Meridianum inuenta est applicate hora 13, minuto ferè 47, à meridie quindecimi diei Nouembris, huius anni 1543: ipsa Luna sub 20 gradu, & 40 minuto Cancri tunc progrediente. Cuius quidem Lunaris motus ascensio recta, fuit graduum 112, & minutorum 35. Per obseruationem autem factam, iuxta traditionem quarti problematis, supponatur eadem Luna ad dati cuiuspiam loci Meridianum peruenisse hora 14, vnà cum 17 minutis, à meridie eiusdem vndecimi diei Nouembris supputratis: & possidere tunc 20 gradum, cum 25 minutis ipsius Cancri, haberéque latitudinem borealem vnius gradus, & minutorum 24. Erit igitur ipsius Lunaris motus ascensio recta, graduum 112, & minutorum 19. Horum itaq; motuum Lunarium differẽtia, est 15 minutorum: & ipsarum rectarum ascensionum differentia, minutorum 16. Differẽtia porrò temporis supradictarum applicationum Lunæ, est 30 minutorũ vnius horæ: quibus respondẽt 7 gradus, & 30 minuta Aequatoris. A quibus eadem 16 minuta detrahenda sunt: & relinquentur gradus 7, & minuta 14. Tanta est differentia longitudinis Meridiani ipsius dati loci, & radicalis siue Parisiensis. Et quoniam tempus applicationis Lunæ ad dati loci Meridianũ maius est, & verus motus illius minor, quàm sub Parisiẽsi & radicali Meridiano: idcirco datus locus, orientalior est Parisiensi. Addẽda est igitur ipsa longitudinis differentia, ipsi Parisiensi & radicali longitudini, quam prędiximus fore 23 graduum & 30 minutorum. Consurget enim tãdem vera ipsius dati loci longitudo, à fixo Meridiano, per occiduum nostræ habitabilis limitem pertranseunte, versus ortum numeranda: graduum quidem 30, & minutorum 44. Quemadmodũ ea quæ sequitur videtur explanare formula. *Exemplum loci orientalis ab ipso radicali.*

¶ Primi exempli formula.	Sig.	gra.	Mi.		Ho.	Mi.
¶ Tempus applicationis Lunæ, ad Meridianum Parisien.					13	47
Verus motus Lunæ eodem applicationis tempore.	♋	20	40			
Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ.		112	35			
¶ Tempus applicationis Lunæ, ad dati loci Meridianum.					14	17
Differentia supradictorum temporum.						30
Arcus Aequatoris respondens ipsi differentiæ.		7	30			
¶ Verus motus Lunæ eodem applicationis tempore.	♋	20	25			
Differentia motus Lunæ inter ipsa contingens tempora.			15			
Latitudo Lunæ eodem obseruata tempore.		1	24	Bo=	rea=	lis.
Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ.		112	19			
Supradictarum ascensionum rectarum differentia, hoc est, ascensio recta differentiæ motus Lunaris.			16			
¶ Differentia longitudinis optata.		7	14			
Longitudo Parisiensis, & radicalis loci.		23	30			
Longitudo dati loci ab Occidente habitabilis.		30	44			

Exemplum loci Occidentalis ab eodem loco radicali.

¶ Supponatur rursum (vt omnia clariùs intelligantur) iuxta præfatam quarti problematis obseruationem, ipsa Luna dati loci Meridianum occupasse, hora 13, minuto autem 17, à meridie eiusdem 15 diei Nouembris 1543, eadem Luna sub 20 gradu, & 55 minuto eiusdem Cancri locata: & latitudinem præterea habere septentrionalem, vnius quidem gradus, & minutorum 21. Recta itaq; ascensio loci Lunæ, erit graduum 113, vnà cum 6 minutis. Et Lunarium propterea motuum differentia, minutorum rursum 15. Rectarum porrò ascensionum differentia, 31 complectetur minuta: eorundem 15 minutorum differentiæ motus Lunaris, rectam exprimentia ascensionem. Ipsa demum temporis Lunarium applicationum differentia, erit rursum 30 minutorum: cui (veluti prius) respondent de Aequatore 7 gradus, vnà cum 30 minutis. A quibus auferéda sunt eadem 31 minuta: & relinquentur gradus 6, minuta 59. Tanta est differentia longitudinis, inter Parisiensem siue radicalem, & ipsius dati loci Meridianum. Hanc igitur longitudinis differentiam, subtrahes ab ipsa radicali & Parisiensi longitudine: relinquentur gradus 16, minuta 31, pro vera dati loci, & vulgari modo sumpta, hoc est, ab occidua habitabilis parte numerata longitudine. Cùm enim Luna ad Parisiensem Meridianum, sub maiori temporis supputatione, ac cum eiusdem Lunæ minori motu, quàm ad dati loci Meridianum applicuisse supponatur: admittitur simul, eundem locum datum occidentaliorem esse radicali siue Parisiensi, iuxta præfatam longitudinis differentiam. In quorum omnium clariorem intelligentiam, ipsam numerorum placuit subnectere formulam. 4

¶ Secundi exempli formula	Sig.	gra.	Mi.		Ho.	Mi.
¶ Tempus applicationis Lunæ, ad Meridianum Parisieñ.					13	47
Verus motus Lunæ, eodem applicationis tempore.	♋	20	40			
Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ.		112	35			
¶ Tempus applicationis Lunæ ad dati loci Meridianum.					13	17
Differentia supradictorum temporum.						30
Arcus Aequatoris, respondens ipsi differentiæ.		7	30			
¶ Verus motus Lunæ, eodem applicationis tempore.	♋	20	55			
Differentia motus Lunæ inter ipsa contingens tempora.			15			
Latitudo Lunæ, eodem obseruata tempore.		1	21	Bo	rea	lis.
Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ.		113	6			
Supradictarum ascensionum rectarum differentia, siue ascensio recta differentiæ motus Lunaris.			31			
¶ Differentia longitudinis optata.		6	59			
Longitudo Parisiensis, & radicalis loci.		23	30			
Longitudo dati loci ab Occidente habitabilis.		16	31			

Notandum.

¶ Quanquã porrò eadẽ fuerit motus Lunaris, atq; tẽporis Lunarium applicationum ad supradictos Meridianos differentia: discrepat nihilominus aliquantulum longitudinis differentia loci Occidentalis, ab ipsius loci Orientalis differentia. Quoniam Luna sub diuersis locatur Zodiaci vel Eclipticæ partibus, & diuersas propterea cogitur habere latitudines: & proinde rectas ascensiones, atque illarum differentias consequenter vtcunque diuersas. Hinc per subtractionem diuersatum ascensionalium differentiarum ipsius Lunæ, ab æqualibus temporis, siue eiusdem Lunæ applicationum differentijs: diuersa subsequitur longitudinis eorundem locorum differentia. Haud aliter, dato quouis alio loco atque tempore, faciendum ac obseruandum fore, velim intelligas.

Corollarium.

¶ Ex his patet, quàm facile sit, etiam sine Lunarium eclipsium expectatione vel obseruatione, tum ipsius continẽtis & habitabilis loca, tum per mare dispersas insulas, ad debitum Orbis situm ac positionem, intra breue temporis interuallum reuocate: & in plana aut rotunda superficie, ipsum terrestrem Orbem ac eius partes, ad viuum randem depingere. Examinatis enim insignioribus tantummodò locis: cætera tum per directas itinerum intercapedines, tum per notas maritimorum locorum diuersiones, in suam harmoniam vel facilè restituentur.

Libri de inuenienda locorum longitudine

FINIS.

Virescit uulnere uirtus.

Eiuſdem Orontij Finæi, Plani-SPHAERIVM GEOGRAPHI-cum: quo tum longitudinis atque latitudinis oblatorum quorumcunq; locorum differentiæ, tum directæ eorundem locorum elongationes, mira ac pene incredibili facilitate deprehenduntur.

Quàm pauci Arithmetici.

MAXIMA PARS HOMINVM, etiam eorum, qui Geographicis videntur oblectari rudimentis: Arithmeticæ praxin, qua duce tũ Geometrici, tum Aſtronomici canones in vſum reuocantur, ſæpius ignorare cõſpicitur. Imò (quod magis damnandum eſt) ij qui ſeſe non vulgares profitentur Arithmeticos: à ſubtilibus, vel vtcunque prolixis eiuſdem Arithmeticæ ſupputationibus abhorrent, gaudéntque leuitate (breuitatem dicere volebam) hoc eſt, in promptu ſeſe offerẽtibus propoſitarum rerum operationibus. Vt his igitur omnibus pro noſtro ſubueniamus officio, poſt inuentam à nobis & cõſcriptam rationem obſeruãdi longitudinales oblatorum quotumcunque locorum differentias (etiam dato quouis tempore) per Lunares videlicet inſpectiones, & alitet quàm per ipſius Lunæ defectus vel eclipſes: dum vulgatum Planiſphærium, ſiue (vt vocant) Aſtrolabium, ac eius vſum, ſciolorum quorundã audacia (ne dicam ignorantia) multis in locis deprauatum, ac adulteratum, iuxta veritatem Aſtronomicam, & Ptolemaicam intentionẽ, in ſuam reuocaremus harmoniã: promiſſum tãdem excogitauimus Planiſphærium, ad Geographicos vſus ſingularitet adcõmodum. Quo tum lõgitudinales atq; latitudinales locorũ differẽtiæ, ad datum quempiam, & veluti radicalem locum relatæ (modò cognitam, & non exceſſiuã habeant ab ipſo loco radicali diſtantiam) tum breuiſſimæ

Authoris intentio.

Planiſphæriũ Geographicũ, ab Authore excogitatum.

eorũdem locorum intercapedines,seu directæ itinerum profectiones(vbi loca ipsa exploratam habuerint longitudinem atq; latitudinem) inaudita facilitate colliguntur. Cùm enim eadem prorsus via,eisdémque terminorum diffinitionibus & argumentis (vt pote longitudinis atque latitudinis adminiculo) locorum in terra situs atque distantias consequamur,quibus & stellarum positiones in Cęlo deprehendimus:commodissimum nobis visum est,è cęlesti Planisphærio,hoc est,ad rerum cælestium vsus deputato,hoc terrestre deducere , ac ipsis Geographicis vsibus adaptare Planisphærium. Quod tum artificij simplicitate atq; perfectione,tum vsus singularitate & incredibili promptitudine : cætera omnia instrumenta(quæ Metheoroscopia vocant) vel facilè superabit. Omnibus insuper rerum Geographicarum studiosis,futurum admodùm gratum,ac vtile:nõ minus confidimus,quàm exoptamus. Requirit itaque hoc instrumentum,radicalem aliquẽ locum, cuius longitudo ac latitudo ad vnguem sit explorata : ad quem cæterorum locorum tum distantiæ vel elongationes,tum longitudinis atque latitudinis differentiæ referantur . quemadmodùm proximo libro obseruauimus . De locis autem non omnibus , sed ijs tantùm velim intelligas,quæ citra Aequatorem circulum, & intra ipsius radicalis loci comprehensa sunt Horizontem. Ad huius itaque loci radicalis latitudinem,ipsum Geographicũ Planisphærium,in hunc qui sequitur modum , fabricabis.

Cælestis Planisphærij,cum terrestri comparatio.

Hoc Planisphærium, cæteris præstare Metheoroscopys.

Præcipua huiusce Planisphærij hypothesis.

Problema I.

PLanisphærij Geographici, ex vulgati Astrolabij,seu Planisphærij Astronomici contextura,summatim elicere compositionem.

1 ¶Fabricetur in primis,ex dura quapiam & electa materia,circularis & plana tabula, cuius diameter bipedalis, vel sesquipedalis ad minus sit quanritatis : tantæ autem crassitudinis sit ipsa tabula, vt pixidem siue capsulam orbicularem,mobilem ac Magnetis virtute delibutam acum (vt in Solaribus fit horologijs) continentem, recipere facilè possit.Huius itaque circularis tabulæ centrum sit a,

Tabula principalis , siue mater instrumenti.

Eiusdem tabulæ limbus. circa quod, iuxta ipsius tabulæ limbum, tres circumlineentur circuli, inuicem paralleli, gemina & orbicularia claudentes interualla, quorum extremũ duplũ ferè sit reliqui: & horũ trium circulorum interior & minimus, his literis b c d e, distinctionis gratia sit annotatus. Hic postmodùm circulus b c d e, ac vniuersa plani superficies, in quatuor quadrantes diuidatur: geminis videlicet dimetientibus b d/& c e, in eodem centro a/ ad rectos sese dirimentibus angulos. Vnusquisq; præterea quadrans eiusdem b c d e/circuli, in 90 gradus solito more diuidatur. Et applicata ex centro a/regula, per singulas cuiuslibet quadrãtis diuisiones, singulorũ graduum, minori & intrinseco ttium circulorum interuallo, annotentur distinctiones: in maiori porrò & exteriori eorundẽ circulorũ interstitio, ipsi gradus prominẽtioribus lineolis quinarijs distribuãtur ordinibus, atq; singuli ordines suis exprimãtur numeris, à punctis b/& d, versus c/& e/ puncta, à quinario vsque ad 90 vtrinque distributis.

Quid unaquæq; ipsius tabulæ pars repræsentet. Hic igitur circulus b c d e, Aequatorẽ repræsentabit: & eius centrum a/polum Mundi, super loci radicalis Horizõtem exaltatum. Linea autẽ b d, eiusdẽ loci radicalis propriũ ac fixũ Meridianum: ad cuius latitudinẽ ipsum fabricatũ est instrumẽtum. Transuersalis porrò linea c a e, partem recti imitabitur Horizõtis. Et proinde punctum b, australem ipsius patẽtis hemisphęrij partẽ, c/ortiuam, d/borealem, & e/occiduam respondenter designabit: quemadmodùm ex ipsa quæ sequitur instrumenti potes elicere descriptione.

Proprij Horizontis delineatio. ¶His in hunc modum optimè præparatis, Horizon obliquus, vnà cum illius vertice, ad suscepti loci radicalis latitudinem describatur: cuiusmodi est Horizon c f e, ad Parisiensem latitudinem, quæ est graduum 48, & minutorum ferè 40 delineatus, cuius superior vertex punctum g. Nam ipsum locum Parisiensem (veluti proximo fecimus opere) in aliorum locorum communem radicem, meritò placuit eligere. Consequenter inscribantur circuli eidẽ Horizonti paralleli, circa idem verticale punctum g/ versus Horizontem ipsum gradatim, aut per duorum ad minus graduum interualla distributi: quotum minimus, centrum habeat sub ipso vertice g. 2

Horizontis paralleli.

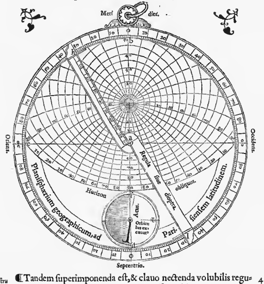
Circuli verticales. Describantur pręterea circuli, quos verticales, seu progressionum circulos appellant, ab eodem vertice g, in ipsum obliquum Horizontem c f e/procidentes: illũmque aut gradatim, vel ad duorum saltem graduum distribuentes interualla. Quemadmodùm ex ipsa

vulgati Planisphęrij, siue Astrolabij fabrica, colligere vel facilè potes. Horum porrò circulorū verticalium, is qui signanter verticalis appellatur, & qui Meridianū b g d/ad rectos diuidit angulos, esto c g e: qui vnà cum eadem linea Meridiana b g d, ipsum patens hemisphæriū in quatuor partes siue quadrantes diuidit. In cuius verticalis circuli, atq; lineæ Meridianæ longitudinem: supradictorum parallelorū numeri, quinarijs, aut alijs quibusuis numerorum ordinibus, in maiorem supputationis facilitatem, designari poterunt, ab ipso quidem vertice g, versus Horizontem c e f/distributi. Ipsorum porrò verticalium circulorum quinarij, vel alij itidem numeri: in longum Horizontis c f e, versa vice conscribantur, à punctis scilicet b/& f/ versus puncta c/& e. Repræsentabunt itaq; huiuscemodi paralleli circuli, eorum locorum parallelos, qui circa datum locum radicalem (cuius situs est in puncto g) & intra illius Horizontem, citra præfatum continentur Aequatorem. Verticales porrò circuli, viatorios siue itinerarios circulos designabunt: per quos scilicet veras elongationes, seu directas profectiones itinerum ipsius radicalis, & circumpositorum locorū intra illius Horizontem (vt suprà dictum est) comprehensorum, debemus accipere. *supradictorū circulorum officium.*

3 ¶Figuretur consequenter sub Horizonte c f e, circularis quidam orbiculus, supra dimidiam instrumenti crassitudinem, instar pyxidis excauatus, cuius diameter sit linea f d: A' cuius puncto medio, siue centro, stylus quidam metallicus & acutissimus erigatur, cui mobilis insideat acus Magnetis virtute (vt solet) delibuta, & superincumbente vitro (vt in Solaribus horarijs, cæterisq; instrumentis obseruatur) ornata. subscripti autem indicis ipsius acus, pars australis versus f/dirigatur: borealis autem (quæ bifurcata est) versus d. *orbiculus excauat⁹ in quo directrix acus reponenda.*

Et quoniam acus ipsa, nunquam sub Meridiana linea directè constituitur: sed pro diuersa Magnetis virtute siue potentia, & diuersa illius impressione in eandem acum, diuersas ab eadem linea consequitur inclinationes, quæ nisi ad vnguem fuerint exploratæ, sensibilem in obseruationibus generare possunt errorem. Vt igitur ipsi acui, in pyxidis vel orbiculi fundo, debitam ac fidissimam sedem statuas: sic facito. Prius quàm eidē fundo directoriam ipsius acus effigiem conglutines: dispones planum aliquod Horizonti parallelum, in quo lineā ipsius radicalis loci describes Meridianā, veluti sexto capite, libri secūdi nostrę Sphęræ siue Cosmographiæ *vt statuendū ipsi acui fidissimum uestigium.*

tradidimus. Collocabis deinde lineam instrumenti Meridianam b f d, in directum ipsius terrestris lineæ Meridianæ: & acu stylo superimposita, directricem ipsius acus effigiem, iuxta contingentem eiusdem acus declinationem, in pyxidis seu orbiculi fundo confirmabis. Hoc enim pacto, veram eiusdem acus positionem obtinebis.



Regula instrumento superimponenda.

¶ Tandem superimponenda est, & clauo nectenda volubilis regula, ex congruente metallo vel ligno durissimo fabricata, geminis & otthogonaliter erectis, ac è diametro subtiliter perforatis pinnacidijs, siue tabellis ornata, cuius regulæ longitudo tanta sit, quantus est instrumenti diameter, veluti h l: qualem prorsus in vulgati Planisphærij solemus reponere dorso. Hoc tãtùm adiũcto, quòd alteram eiusdem regulæ medietatem (vtpote a h) in 90 gradus 4

Ipsius regulæ in suas partes distributio.

potestate inuicem æquales, hoc modo diuides. Applicetur regula ex puncto b, per quamlibet distinctionē graduum ipsius quadrātis c d, obsignētúrq; singulæ ipsius regulæ diuisiones in semidiametro a c/contingētes, quæ demū officio circini traducātur in fiducialem lineam eiusdem medietatis a h/ supradictæ regulæ h l: erunt enim ipsorū 90 graduum distinctiones. Quos quidē gradus, in quinarios distingues ordines, & suis ornabis numeris, à centro a/versus punctum h, vel Aequatorem b c d e/distributis. Huius itaq; regulæ fiducialis linea h l, quæ per a/centrum, & media pinnacidiorum puncta traducitur, dati cuiuslibet loci, ad ipsum radicalem locum comparati, Meridianū potissimùm repræsentabit: cùm scilicet eorundem locorum atque radicalis loci, longitudinalis aut latitudinalis, vel vtraq; fuerit perquirenda differentia. Poteris tandem (si velis) supra ipsum punctum b, prominentem aliquam & orbicularem relinquere particulam: & eam armilla suspēsoria, quò facilius aut portetur, aut regatur instrumentum, insignire. Vt ipsa instrumenti demonstrat effigies, ad prædictam latitudinem Parisiensem delineata.

Officium eiusdem regulæ.

Armilla instrumenti suspensoria.

Problema 2.

ANgulum positionis, quem facit arcus viatorius binis locis interceptus (quorū alter est radicalis) cum ipsius loci radicalis Meridiano, in primis obseruare.

1 ¶ Ad eliciendas, huiusce Planisphærij geographici adminiculo, propositas longitudinis atq; latitudinis oblatorum quorumcunq; locorum differentias, ad datum ipsum radicalem locum comparatas siue relatas: tria in primis supponenda vel præcognoscenda sunt. Primum est, longitudo atque latitudo ipsius loci radicalis: ad cuius positionem, ipsum fabricatum est instrumentum. Alterum est, arcus circuli magni (quem viatorium appellamus) per radicalem & datum quemuis locum incedentis, inter ipsa loca comprehensus: hoc est, directa profectio, siue distātia eorundem locorum itineraria. Nam super circunferentia huiuscemodi viatorij circuli, breuissimę ac directę fiunt itineris profectiones, veræque locorum

Quæ ad usum huius instrumenti supponenda sunt.

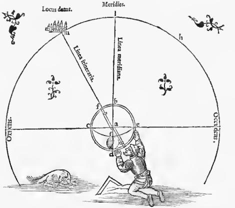
accipiendæ ac dinumerandæ ſunt elongationes. Quemadmodùm capite quarto, libri quinti noſtræ Coſmographiæ, ſeu mundanæ Sphæræ, demonſtrauimus. Tertium porrò eſt, angulus poſitionalis, ex interſectione ſupradicti arcus viatorij & Meridiani radicalis loci cauſatus: Quem Geographi poſitionis ideo nominarunt angulum, quoniam iuxta variam locorum poſitionem diuerſificetur. Horum autem duo prima, vel aliorum fida relatione, aut propria & diligenti inquiſitione & experientia diſquirenda, & veluti nota ſupponenda ſunt. Tertium verò, huiuſce Planiſphærij geographici adminiculo, in hunc, qui ſequitur, modum conuenit obſeruare.

Qualiter poſitionis āgulus, per hoc inſtrumentum obſeruetur.

¶ Collocetur igitur inſtrumentum ſuper aliquo patenti & vndiquaque libero plano, in ipſo radicali loco ad libellam de induſtria 2
præparato: in hunc quidem modum, vt ipſum inſtrumentum Horizonti eiuſdem loci radicalis ſit parallelum, & in pyxide mobilis acus in directum propriæ & ſubſcriptæ imaginis conſtituatur, & punctum b, auſtralem reſpiciat hemiſphærij ſiue Horizontis partem, c/ortiuam, d/ſeptētrionalem, & e/occiduam. Immoto tandem inſtrumento, dirigatur ſuperincumbēs regula verſus ipſum locum datum, cuius longitudinis atque latitudinis differentia reſpectu radicalis exploranda eſt: flectaturque paulatim vltro citróque regula, quatenus locus ipſe datus, aut directa ſaltem quæ ad illum perducitur via, per vtraque pinnacidiorum foramina viſuali radio fidiſſimè deprehendatur. Nam arcus limbi ſiue Aequatoris (qui tunc loci radicalis exprimit Horizontem) inter lineam inſtrumenti meridianam b a d, & eam lineæ fiducialis ipſius regulæ partem, quæ ad datum locum dirigitur comprehenſus: propoſiti anguli poſitionalis quātitatem propalabit.

Supradictorū exēplaris delineatio.

¶ In exemplum ſequentem libuit obijcere deſcriptionem: In qua Planiſphærium geographicum b c d e, cuius centrum a, & illius ſuperincumbens regula ſiue dioptra f g, Horizon loci radicalis h l m, & illius meridiana linea a b l, datus verò locus qui ad m. Huius itaque loci poſitionis angulus, ad radicalis loci Meridianum relatus, eſt l a m, orientalis & auſtrinus, ſub eadem a b l/meridiana linea, & viatorio arcu a f m/ comprehenſus. Cuius quidem anguli quantitatem, indicat arcus b f, ipſius limbi ſiue Aequatoris b c d e: is enim ſimilis & proportionalis eſt arcui l m, eiuſdem Horizontis h l m, idem cum circulo b c d e/centrum habentis, ſcilicet a.



3 ❡De angulo autem poſitionis velim intelligas, qui recto minor eſt, cuius videlicet quantitas minor eſt quadrante circuli, hoc eſt, minus quàm 90 gradus comprehendens. Nam ſi talis angulus poſitionis, offenderetur continere 90 gradus: locus datus ſub eodem foret parallelo cum ipſo loco radicali, differens ab eodem ſola longitudine. At ſi Planiſphærij forſitan regula in directum lineæ Meridianæ conſtitueretur, nullum efficiens cum illa angulum: tunc ipſa loca ſub eodẽ conſiſterent Meridiano, ſola latitudine inuicem differentia. Is itaq; poſitionis angulus, ſubtili obſeruatione examinandus eſt: proſpiciendúmque diligenter, in quam Mundi partem ſiue Horizontis quadrantem inciderit. *De quo poſitionis angulo intelligat geographi.*

Corollarium.

SI præfatus igitur poſitionis angulus fuerit orientalis, locus datus orientalior erit radicali: ſi autem occidentalis, idem locus datus occidẽtalis erit reſpectu radicalis. Si idẽ præterea poſitionis angulus fuerit auſtralis, datus locus auſtralior erit radicali, hoc eſt, ipſi Aequatori propinquior: ſi autẽ ad Septentrionem flectatur *Loci poſitio per ipſius anguli poſitionalis dignoſcere.*

idem positionis angulus, locus radicalis australior erit ipso loco dato. Sed quanta differentia, alter supradictorum locorum orientalior, vel australior fuerit reliquo: sequenti perdisces problemate.

Problema 3.

DAto positionis angulo, & arcu viatorio inter datum quemuis locum & radicalem (ad cuius latitudinem fabricatum est instrumentum) compræhenso: longitudinis atque latitudinis eorundem locorum differentiam, ex eodē instrumento promptissimè colligere.

De quibus locis usus intelligatur instrumenti.

1 ¶Hoc tertiū & principale problema, de ijs locis potissimùm venit intelligendum, inter quæ & præassumptum locum radicalem, non cadit excessiuum distantiæ vel itineris interuallum: vtpote 20, aut 30, vel ad summum 45 graduum, hoc est, 1250, seu 1815, vel 2812 milliariorum. Nam si præfata loca, maiore distiterint intercapedine, quàm fidelitas atque promptitudo requirat operationis: neque præfatus angulus positionis ad verum deprædhendetur, neque directum eiusdem itineris interuallum ad iustam poterit redigi mensuram. Quę duo in primis requisita vel supponenda sunt, ad consequendas per hoc instrumentum longitudinis atque latitudinis eorundem locorum differentias.

Angulus positionis, & distantia itineraria prius dignoscenda.

2 ¶Obseruato igitur iuxta præcedentis secundi problematis traditionem positionis angulo, & distantia itineraria (quæ inter datum locum, & radicalem continetur) ad vnguem explorata, & sub milliariorum redacta mensuram: conuertes ipsam distantiam itinerariam, seu interceptum milliariorum numerum, in gradus magni & viatorij circuli per eadem loca incedentis, pro quibuslibet 62 milliaribus & semimilliari vnum accipiendo gradum, & pro residua (si adfuerit) milliaris imperfecti parte, proportionatam 60 minutorum vnius gradus particulam, iuxta rationem eorundem 62 & $\frac{1}{2}$ ad ipsam partem milliaris imperfecti.

Problematis exequutio.

3 ¶His in hunc modum absolutis, supputetur inuenti anguli

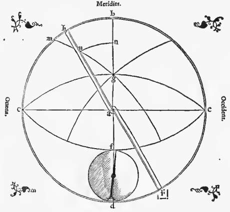
positionalis quantitas inter viatorios instrumẽti circulos, è loci radicalis vertice in eiusdem loci Horizontẽ progredientes, ab altera quidẽ Meridianæ lineæ medietate facto supputationis initio, & in dextram aut sinistram partem instrumẽti procedendo, prout idem positionalis angulus fuerit orientalis vel occidentalis, & in borea vel australi parte repertus. In eo deinde viatorio circulo, qui eundem præfinier & limitabit angulum: supradictus arcus viatorius eisdem locis interceptus, & ad gradus & minuta reuocatus circuli, diligenter numerandus est, à vertice quidem loci radicalis versus limbum aut Aequatorem circulum. Per huius demum arcus itinerarij hoc modo supputati terminum, fiducialis dioptræ seu regulæ lineola/in 60 partes siue gradus distributa, ad vnguem applicetur. Arcus enim ipsius limbi siue Aequatoris circuli, inter ipsam lineam fiducialem & Meridianam comprehensus: differentiam longitudinis, qua datus locus orientalior vel occidẽtalior est radicali, illico manifestabit. Pars autem eiusdẽ lineæ fiducialis, inter illius sectionem cum præfato circulo viatorio & ipsum cadens Aequatorem: eiusdem loci dati simul exprimet latitudinem. Ipsa demum sectio prædictæ lineæ fiducialis cum eodem viatorio circulo, ipsius dati loci verticem siue positionem designabit. An verò datus locus orientalior vel occidentalior fuerit radicali (ad cuius latitudinem fabricatum est instrumentum) ex antecedentis problematis perdisces corollario.

Differẽtia longitudinis. *Dati loci latitudo.* *Situs loci dati.*

4 ¶Resumatur in maiorem supradictorum elucidationẽ, depicta primo problemate ad Parisiensem latitudinem ipsius instrumẽti figura: summaria saltem illius delineatio. supponatúrq; in exemplum, obseruatus positionis angulus fore orientalis & austrinus. Is igitur in ortiuo & australi eiusdem instrumẽti quadrante a b c, inter viatorios circulos supradicto modo supputatus, repræsentetur per angulum b g m: viatorióq; circulo g m/terminetur. In quo circulo, viatorium segmentum, seu reductũ itineris interuallum, radicalem & datum locũ interceptum, à puncto g/versus m/supputetur: finiatúrq; pũcto n. Et traducta per ipsum pũctũ n, fiduciali regulæ linea a h/in 90 partes distributa: ea secet limbi siue Aequatoris quadrantem b c, in ipso puncto h. Aio itaque primùm, idem punctum n, ipsius dati loci verticem, positionémve designate: Arcum insuper b h, eiusdem loci dati atque radicalis longitudinalem exprimere

Supradictorũ exemplaris elucidatio.

differentiam: Partem verò eiusdem lineæ fiducialis h n, boream ipsius loci dati præfinire latitudinem. Et proinde ipsa fiduciali linea a n h, in directum lineæ Meridianæ a g b/ad amussim applicata: portio illius g n, latitudinalem eorundem locorum differentiam illico manifestabit. Concludes igitur, ipsum locum datum orientaliorem atque australiorem esse radicali, iuxta repertas longitudinis atque latitudinis differentias.



Notandum. ¶ Haud dissimiliter operandum esse iudices, vbi supradictus positionis angulus, in alium quemuis patentis hemisphærij quadrantem inciderit: sed infima Aequatoris seu limbi parte vtendum fore non ignorabis, cùm ipse positionis angulus borealem respexerit eiusdem hemisphærij partem Nec obliuiscaris oportet, quoties idem positionis angulus fuerit rectus, tunc viatorium arcum longitudinalem eorundem locorum exprimere differentiam: & ipsa loca, eandem ab Aequatore possidere latitudinem.

Problema 4.

COgnita longitudine atque latitudine tam radicalis, quàm alterius dati cuiuſcunque loci: arcum viatorium eiſdem locis interceptum, vnà cum poſitionis angulo, ſub eodem arcu viatorio & Meridiano loci radicalis comprehẽſo, verſa vice reddere notum.

1 ¶Supponimus itaq; alterum locorũ fore radicalem, & ad illius latitudinem ipſum geographicum Planiſphærium eſſe cõſtructum: vtriuſque inſuper loci longitudinem, ſiue adminiculo præcedentis libri noſtri, ſiue ex ijs quæ capite tertio libri quinti noſtræ Coſmographiæ tradidimus, aut aliunde fore notam: vtrunq; præterea locum, borealem habere latitudinem. Subtrahes igitur minorẽ longitudinem, à maiori: & differentiam numerabis in limbo aut Aequatore inſtrumenti, à linea eius Meridiana verſus ortiuam aut occiduam eiuſdem inſtrumenti partem, prout datus locus orientalior vel occidentalior fuerit ipſo radicali. Fini autem ſupputationis applicabis lineam fiducialem ſuperincumbentis regulæ ſiue dioptræ: eam ſcilicet partem, quæ in 90 gradus diuiſa eſt. Numerabis conſequenter in ipſa hoc modo quieſcente regula, ab illius extremo verſus inſtrumenti centrum: ipſius dati loci latitudinem. Quo facto: animaduertes diligenter eum viatorium circulum, qui per ipſius numeratæ latitudinis finem educitur. Arcus enim eiuſdem viatorij circuli, inter ipſius latitudinis finem, & loci radicalis verticem comprehenſus: indicabit gradus & minuta ſegmenti viatorij, ſeu directi itineris, inter eundem radicalem & datum locum incidentis. Arcus porrò Aequatoris ſiue limbi, inter ipſum viatorium circulum & lineam inſtrumenti Meridianam comprehenſus: poſitionalis anguli quantitatem ſimul propalabit. *Supponẽda in huius problematis executionem.* *Traditio problematis.*

2 ¶Horum autem exemplum, ex ipſa præcedentis tertij problematis potes elicere figura. In qua, differentia longitudinalis nota, ſit b h: & ad punctum h / applicata fiducialis regulæ linea, quæ in 90 partes diuiſa eſt, a n h. Et in ea dati loci ſupputata latitudo (quę nota ſupponitur) ſit h n. Per ipſum autem punctum n, tranſeat arcus viatorius g n m. Aio itaque ſegmentum g n, metiri viatorium & *Huius problematis exemplum.*

directum supradictorum locorum interuallum: Arcum autem b h m, anguli positionalis, quem facit idem arcus viatorius cum linea Meridiana loci radicalis, ostendere quantitatem. Ipsum denique viatorium graduum & minutorum interstitium, in milliaria (si volueris) promptissimè reuocabis, dando vnicuique gradui millia passuum 62 & $\frac{1}{2}$: ex ipsis autem milliaribus, quas volueris leucas vel facilè compones.

Problema 5.

PLanisphæriū ipsum geographicum, in ampliorem magisque vniuersalem redigere contexturam: idémque pluribus radicalium locorum simul coaptare latitudinibus.

Vt amplian-dum pro locis australibus instrumentū.

¶ Cùm datus radicalis locus, admodùm vicinus fuerit Aequatori, modicam ab eo obtinens latitudinem: non erit incommodum extra eundem Aequatorem, præfatum ampliare tunc instrumentū, hoc est, eidem Aequatori liberum pro locis australibus circunscribere latitudinis interuallum. Et circumpositū propterea limbum, Aequatori concentricum & proportionalem, loco ipsius Aequatoris, in quatuor quadrantes, & quadrantem quemlibet in 90 partes suprascripto modo distribuere: ipsósque parallelos, & viatorios circulos, vsque ad interiorem eiusdē limbi continuare periphæriam. Vt in Astrolabio, seu vulgato Planisphærio, respondētet obseruare consueuimus: Et succedens figura demōstrat. Sed operæpretium erit tunc, superincumbentem regulam siue dioptram in vtranque producere partem: & diuisiones alterius medietatis eiusdem regulæ, extra ipsum Aequatorem, ad limbum vsque gradatim extendere, ac ipsis australibus locis respondenter coaptare. Hoc enim pacto, idem instrumentū singulis locis tam citra quàm vltra Aequatorem, & intra limbum ipsum comprehensis, indifferenter adcommodabitur. Imò si quis vellet absolutum ex omni parte conficere instrumentum: includendus esset intra limbum ipsum, integer loci radicalis Horizon, reliquis omnibus (veluti primo nartauimus problemate) proportionaliter coextensis. 1

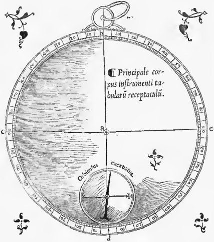
De dioptra, seu superincumbente regula.

2 ¶ Adde quòd si quispiam geographicarum obseruationum studiosus, molestum forsitan ac importunum existimauerit, idem instrumentum toties renouare, quoties locus radicalis sensibiliter variatus extiterit: is poterit prima fronte instrumentum ipsum pluribus planis siue tabellis, ad liberas locorum radicalium latitudines delineatas ornare. Vt in vulgari Astrolabio, Astronomicóve Planisphærio obseruari cōspicimus. Sed operæpretium erit tunc, principale corpus instrumenti, commune prædictarum tabellarum receptaculum, tali artificio præparare: vt solus limbus, & mobilem acum deferens orbiculus, pro earundem tabellarum multitudine prominens sit & eleuatus: & ipsæ tabellæ intra limbi cōcauitatem, & circa eundem orbiculum (facta in qualibet tabella, ad ipsius orbiculi rotunditatem excauatura, seu fenestella) recipi, & absque vacillatione coniungi facilè possint: ijs quibus vtendum erit tabellis, ad æquatam superficiem cum ipso limbo & orbiculo, dimetientibúsque tabellarum & limbi inuicem conuenientibus: atque (vt summatim finiam) tabellis omnibus, vnà cum volubili regula clauo quodam per medium omnium centrum educto de more coniūctis & colligatis. Queādmodùm ex ipsius Astrolabij, seu Astronomici Planisphærij, potes elicere fabricatura: & succedentes figuræ, in maiorem omnium supradictorum expressionem adiūctæ demonstrant. Quarum prima, scilicet b c d e/circum a/centrum descripta: principalis corporis repræsentat effigiem. Secunda verò, vtpote f g h k (cuius centrum itidem a) peculiarem loci radicalis, 40 gradibus ab Aequatore distantis, exprimit contexturam, suis parallelis & viatoribus circulis, circa eiusdem loci radicalis verticem l/delineatis ornatam, & ad 20 gradus australes ab eodem Aequatore coextensam. Cuiusquidē figurę Aequator g f k: obliquus autē Horizō g h k. Quibus subscripta est dioptra siue regula m a n o: cuius pars a n o, in vtriusq; latitudinis gradus, borealis inquàm n a, & australis n o/distributa est. Sed memineris oportet, ipsum excauatū orbiculum, in quo scilicet mobilis & directoria reponitur acus, ad quantitatem illius interualli fore rūc fabricandum, quod sub illius loci radicalis Horizonte cōtinetur, qui maiorē inter alia loca possidet ab Aequatore latitudinē: Ne videlicet alicuius prædictarum tabellarum, ad cæterorum radicalium locorum latitudines descriptarum, principalium circulorum interrumpatur harmonia.

Vt pluribus radicalibus locis accommodādum sit instrumentum.

Succedentium figurarum declaratio.

Prima figura, quæ matrem instrumēti generalemue tabulam repræsentat.



Secunda figura, quæ particularium tabularum ad liberas locorum radicalium latitudines fabricatarū imitatur effigiē.

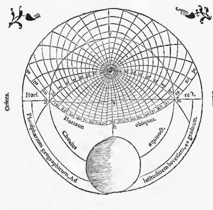


Figura dioptræ, ſeu regulæ ſuper inſtrumenti facie reponendæ.



TRIVM INSIGNIORVM, ET HACTENVS deſideratorum operum Mathematicorum, De Circuli videlicet quadratura, eiúſque dimenſione, & ratione circunferentiæ ad diametrum: De regularium inſuper & multangulariū omnium figurarum deſcriptione: Ac de locorum inuenienda longitudinis differētia, aliter quàm per lunares eclipſes: Vnà cum Planiſphærio geographico: Authore Orontio Finæo Delphinate, Regio Mathematicarum Lutetiæ profeſſore,

FINIS.

IOANNIS ROVETII SENONENSIS, Medici, in Orontiomaſtigem, Scazon.

Zoile Gigantum frater, ecquid omnibus
Omnia miſer ſic inuides? dic perdite?
Cur inuides illi inuidiam, qui non tibi
Illam inuidet? Qui ſis ſtudebo prodere
Vt miſeriorem, quàm putes, omnibus ego
Te faciam. Habet FINAEVS inſignem Genium,
Non patitur vt te nominem: ne forte tibi
Fortuna plaudens iure ſuccenſeat. Age,
Si nomen edo, ne malè hoc tibi inuideas,
Timendum etiam fuerit: ero quod tibi minùs
Eſſe potes. aude pauca, non paucos habet
FINAEVS amicos. Tu deum hoſtem ac homines.

Errata aliquot notatu digniora, impreſſoriæ artis labilitate commiſſa.

Facie 39, Corollario 3: legendum (vt 3 & $\frac{2}{15}$, ad 1)
Facie 48, linea 2: legendum, triangulo a b c/circunſcripto.

Regiſtrum huius operis

3	3	3	4	4	4	3	3.
A	B	C	D	E	F	G	H.